

XXIX REUNIÓN DE ESTUDIOS REGIONALES

ESTRUCTURA ESPACIAL EN LA BARCELONA METROPOLITANA: UNA ESTIMACIÓN NO-PARAMÉTRICA

Miguel Ángel García López*

Departamento de Economía Aplicada, Universitat Autònoma de Barcelona

Edifici B, Facultat CCEE, Campus Bellaterra,

08193 Bellaterra (Cerdanyola del V.)

Tlf. 93.581.22.88 – Fax 93.581.22.92

e-mail: miguelangel.garcia@uab.es

Resumen:

Siguiendo a McMillen (1996), un procedimiento no-paramétrico, Locally Weighted Regression (LWR), es usado para caracterizar la estructura espacial urbana de la Barcelona metropolitana (España) en términos de densidad de población. A partir de datos de sección censal de 1996 y variando el valor de determinados parámetros se estiman diferentes curvas LWR. Dada la complejidad de computo asociado a esta técnica, en el presente trabajo se desarrolla un método de discusión que permite escoger la “mejor” representación de la distribución espacial de densidades de población.

* El autor agradece al Dr. Ivan Muñiz sus sugerencias e importantes apreciaciones en una versión preliminar de este trabajo. Esta investigación se ha beneficiado del apoyo financiero proporcionado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología (DGICYT – BEC2000-0415) y por la Direcció General de Recerca de la Generalitat de Catalunya (SGR – 2001SGR 00160).

1. INTRODUCCIÓN

Basados en el modelo de ciudad monocéntrica (MCM) de Alonso (1960, 1964), Mills (1967, 1972) y Muth (1961, 1969), muchos estudios han utilizado la función de densidad exponencial negativa para caracterizar la estructura espacial urbana.

A pesar de ésto, la investigación empírica ha demostrado la existencia de ciudades policéntricas que presentan importantes subcentros de población y/o de ocupación, dando lugar a ciudades metropolitanas de tipo policéntrico. A nivel teórico, los trabajos de Ogawa & Fujita (1980, 1989), Fujita & Ogawa (1982), White (1976, 1990), Sullivan (1986), Wieand (1987) y Sivitanidou & Wheaton (1992), entre otros, presentan una configuración policéntrica que, en general, es resultado de la tensión entre las economías de aglomeración presentes en el centro de la ciudad (central business district o CBD) y los costes de transporte de los productos y/o de los trabajadores.

A nivel de población, puesto que teóricamente se considera que la población se localiza alrededor de las diferentes concentraciones de actividad, tanto CBD como subcentros, también se reproduce este policentrismo. Además, existen otras causas que refuerzan esta configuración espacial: la existencia de bloques de vivienda masiva en la periferia; la presencia de discontinuidades en forma de espacios abiertos como parques, montañas, y cinturones verdes; y la falta relativa de suelos de usos residencial en el centro del área urbana (Muñiz et al., 2003).

De esta manera, la presencia de subcentros de actividad económica y de otros factores en la ciudad metropolitana es una realidad que afecta a su estructura espacial urbana, tanto en términos de distribución espacial de esta actividad como de distribución espacial de la población.

Mediante el presente trabajo se pretende la consecución de un doble objetivo. En primer lugar, captar la estructura espacial de la Barcelona metropolitana en términos de población, conociendo de antemano su fuerte carácter policéntrico, mediante un procedimiento no-paramétrico denominado *Locally Weighted Regression* (LWR). En segundo lugar, puesto que esta técnica permite realizar diferentes estimaciones y puesto que su naturaleza implica una cierta dificultad de cálculo de los

estadísticos habituales, en este trabajo se desarrolla un método de discusión con el que elegir la estimación más apropiada, la que represente “mejor” la pauta de distribución espacial de la población.

El trabajo se articula de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el método Locally Weighted Regression (LWR) y se discute sobre sus dificultades de cómputo. En la sección 3 se presenta el método de elección de la mejor curva estimada LWR. En la sección 4 se estiman diferentes curvas LWR para la Región Metropolitana de Barcelona (RMB), se aplica el método de elección propuesto en la sección anterior y se comparan los resultados con los obtenidos en la estimación de una función exponencial negativa representativa del modelo monocéntrico. En la sección 5 se presentan las principales conclusiones.

2. LOCALLY WEIGHTED REGRESSION

McMillen (1996) presenta un procedimiento no-paramétrico para caracterizar la estructura espacial urbana de una ciudad metropolitana: Locally Weighted Regresión (LWR). Esta aproximación es no-paramétrica en la medida en que no impone hipótesis mantenidas de ajuste a la función de regresión, en lugar de eso permite a los datos determinar esta función.

LWR es una técnica de estimación “vecino más próximo” (nearest-neighbor estimation technique) (ver Cleveland, 1979; Cleveland & Devlin, 1988; y Cleveland, Devlin & Grosse, 1988) que es una forma de estimar una regresión a través de un procedimiento de ajuste multivariante, encajando localmente una función de variables independientes y condicionada a la media. “(...) La idea es dar más peso a las observaciones cercanas estimando una regresión, entonces las estimaciones aproximan la curvatura con un conjunto de aproximaciones locales lineales (...)” (McMillen, p. 103, 1996).

La regresión viene dada por

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

donde x_i es un vector $1 \times p$ de variables explicativas exógenas, $g(\cdot)$ es una función de ajuste $R^p \rightarrow R$ que no necesita ser paramétrica (McMillen, 1996), y ε_i es una perturbación independiente e idénticamente distribuida con media cero y varianza σ^2 .

LWR utiliza las α^1 observaciones más cercanas a x_i , donde la proximidad es definida usando la distancia euclídea, para estimar la media condicionada de una regresión por Mínimos Cuadrados Ponderados (Weighted Least Squares, WLS) de y . Cada uno de los α vecinos más cercanos son ponderados inversamente por la distancia euclídea de su situación actual, x_i . Sea $w_{ik} = (1-u)^3$, donde

$$u = \left(\frac{|x_{ik} - x_i|}{d(x_{i\alpha})} \right)^3 \quad (2)$$

donde w_{ik} es la ponderación que la observación i recibe al determinar la regresión para el punto x . $d(x_{i\alpha})$ es la distancia de la observación α más cercana, x_{ik} , a x_i ; es decir, el valor más pequeño de $|x_{ik} - x_i|$. Cuando $x_{ik} = x_i$, la ponderación es máxima ($w_{ik} = 1$). x_{iq} es el punto cuya ponderación es la primera en ser cero, entonces cuando $|x_{ik} - x_i| \geq d(x_{i\alpha})$, $w_{ik} = 0$ (Cleveland, 1979; McMillen, 1996). Esto es, w_{ik} toma valores entre 0 y 1.

El valor de la regresión en x_i es calculada como

$$\hat{y}_i = \hat{g}(x_i) = x_i' \hat{\beta}_j(x_i) \quad (3)$$

donde

$$\hat{\beta}_j(x_i) = \arg \min \left[\sum_{k=1}^n w_{ik} (y_k - x_k' \beta_j)^2 \right]$$

(4)

A pesar de ser más intensivo en datos, construimos $\hat{\beta}(x)$ para cada punto del conjunto de datos usándolos para obtener los valores predichos de y ($\hat{y}_i$) y para ver la regresión estimada. Ésto requiere que una regresión WLS separada sea estimada para cada observación (McMillen, 1996).

¹ En un ajuste LWR, el investigador especifica la proporción del total de datos que se incluye dentro de cada “vecindario” y que es usada en cada regresión local. Esto es, α determina la amplitud de la ventana.

LWR permite especificar cualquier relación entre variable dependiente y variables independientes. Para cada i LWR calcula las estimaciones de los parámetros en una regresión polinómica de grado λ de x_i . Entonces, (4) puede ser escrita como

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_j(x_i) &= \arg \min \left[\sum_{k=1}^n w_{ik} \left(y_k - \beta_{j=0} x_k^{j=0} - \beta_{j=1} x_k^{j=1} - \dots - \beta_{j=\lambda} x_k^{j=\lambda} \right)^2 \right] \\ \hat{\beta}_j(x_i) &= \arg \min \left[\sum_{k=1}^n w_{ik} \left(y_k - \beta_0 - \beta_1 x_k - \dots - \beta_\lambda x_k^\lambda \right)^2 \right]^2\end{aligned}\quad (5)$$

Los coeficientes estimados pueden ser expresados como

$$\hat{\beta}_j(x_i) = \left(\sum_k w_{ik} x_k x_k' \right)^{-1} \sum_k w_{ik} x_k y_k \quad (6)$$

Entonces, aplicando (6) en (3), el valor estimado es calculado como

$$\hat{y}_i = \hat{g}(x_i) = x_i' \hat{\beta}_j(x_i) = x_i' \left(\sum_k w_{ik} x_k x_k' \right)^{-1} \sum_k w_{ik} x_k y_k \quad (7)$$

Si sólo consideramos una variable explicativa, es decir, $p = 1$, la regresión en cada punto es calculada como

$$\begin{aligned}\hat{y}_1 &= \begin{pmatrix} 1 & x_1 & \dots & x_1^\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0(x_1) \\ \vdots \\ \hat{\beta}_\lambda(x_1) \end{pmatrix} \\ &\vdots \\ \hat{y}_n &= \begin{pmatrix} 1 & x_n & \dots & x_n^\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0(x_n) \\ \vdots \\ \hat{\beta}_\lambda(x_n) \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (8)$$

² Si $\lambda = 0$, $\hat{\beta}_j(x_i) = \arg \min \left[\sum_{k=1}^n w_{ik} (y_k - \beta_0)^2 \right]$ y asume una constancia local entre variables independientes y variable dependiente, entonces no hay relación entre ellas.

Si $\lambda = 1$, $\hat{\beta}_j(x_i) = \arg \min \left[\sum_{k=1}^n w_{ik} (y_k - \beta_0 - \beta_1 x_k)^2 \right]$ y establece una relación local lineal.

Si $\lambda = 2$, $\hat{\beta}_j(x_i) = \arg \min \left[\sum_{k=1}^n w_{ik} (y_k - \beta_0 - \beta_1 x_k - \beta_2 x_k^2)^2 \right]$ y asume una relación local cuadrática.

Además, el valor ajustado $\hat{y}_i$ es una ponderación media de todas las y_i (McMillen, 1996), donde $l_k(x_i)$ no depende de y_k , pero son sus coeficientes los que surgen de la regresión (Cleveland, 1979).

$$\hat{y}_i = \hat{g}(x_i) = \sum_{j=1}^{\lambda} \hat{\beta}_j(x_i) x_i^j = \sum_{k=1}^n l_k(x_i) y_k \quad (9)$$

Los residuos LWR son la diferencia entre los valores observados y los estimados para cada observación x_i .

$$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{g}(x_i) \quad (10)$$

En notación matricial,

$$\hat{\varepsilon} = Y - \hat{Y} = Y - \hat{g}(x) = Y - LY = (I - L)Y \quad (11)$$

donde L es la matriz $n \times n$ con (i, k) elementos $(l_k(x_i))$ e I es la matriz identidad $n \times n$.

Seguendo a Cleveland et al. (1988), puesto que y_i está normalmente distribuida con varianza σ^2 , $\hat{y}_i$ tiene una distribución normal con varianza

$$\sigma^2(x) = \sigma^2 \sum_{i=1}^n l_i^2(x) \quad (12)$$

Entonces, $\hat{Y}$ y $\hat{\varepsilon}$ son normales multivariantes con matrices de covarianza

$$\sigma^2 LL' \quad (13)$$

$$\sigma^2 (I - L)(I - L)' \quad (14)$$

respectivamente.

Puesto que asumimos una perturbación independiente e idénticamente distribuida con varianza σ^2 , es decir $E\varepsilon\varepsilon' = \sigma^2 I$, y la matriz de covarianzas para $\hat{\varepsilon}$ es (14),

$$E\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} = \sigma^2 \text{tr} \left[(I - L)(I - L)' \right] \quad (15)$$

Entonces podemos estimar σ^2 por

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}}{\text{tr} \left[(I - L)(I - L)' \right]} \quad (16)$$

Además, siguiendo a Cleveland et al. (1988) y Jacoby (2000), cuando los anteriores supuestos son hallados, generalizaciones de los métodos tradicionales de mínimos cuadrados pueden ser empleados para llevar a cabo test estadísticos.

Entonces, un análisis de varianza (ANOVA) puede ser utilizado para comparar dos estimaciones LWR anidadas a un conjunto de datos común (Jacoby, 2000) o para determinar si el método LWR es necesario respecto a las estimaciones por Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS) como la hipótesis nula.

Siguiendo a McMillen (1996), sea L_N la matriz L cuando el modelo es estimado bajo la hipótesis nula (si es OLS, entonces $L = M$), y L_A es la matriz L bajo la hipótesis alternativa (LWR). Se define $R_N = (I - L_N)(I - L_N)'$ y $R_A = (I - L_A)(I - L_A)'$. La suma de residuos al cuadrado son $Y'R_N Y$ y $Y'R_A Y$, respectivamente. Sea $v_1 = tr(R_N - R_A)$, $v_2 = tr[(R_N - R_A)(R_N - R_A)']$, $\delta_1 = tr(R_A)$ y $\delta_2 = tr(R_A R_A')$. Entonces,

$$\hat{F} = \frac{(Y'R_N Y - Y'R_A Y) / v_1}{Y'R_A Y / \delta_1} \approx F_{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)\left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)} \quad (17)$$

A pesar de que este test no es difícil de construir, las matrices que deben de ser calculadas requieren de una memoria computacional grande. “(...) Esto prohíbe testar hipótesis en modelos grandes (...)” (McMillen, p. 107, 1996).

Además, los programas econométricos actuales como EVIEWS, MATLAB, STATA o GAUSS incorporan parcialmente este procedimiento, proporcionando sólo los valores estimados, por lo que, además de la complejidad anterior, se añade la complejidad asociada al conocimiento del lenguaje de programación de los paquetes econométricos anteriores.

3. ELECCIÓN DE LA ESTIMACIÓN LWR

Teniendo en cuenta las dificultades argumentadas anteriormente para el cálculo del test ANOVA, es necesario considerar otras alternativas que nos permitan

elegir entre las diferentes estimaciones LWR, y entre la mejor de éstas y la estimación OLS.

Considerando, en primer lugar, la elección entre las diferentes curvas LWR, se escogerá aquella curva que incorpore adecuadamente todas las estructuras interesantes de los datos.

Las diferentes curvas estimadas LWR difieren, como se ha visto en la sección previa, en el valor escogido para el grado de la regresión, λ , y en el valor que muestra la amplitud del “vecindario”, α .

Para un valor dado de λ , se estiman diferentes curvas con diferentes valores de α . Para la elección de la mejor curva, y que está asociada a un determinado valor de α , Jacoby (2000) propone un método de elección basado en los residuos de las estimaciones LWR.

La idea de Jacoby (2000) es que, al igual que las estimaciones tradicionales por mínimos cuadrados, los residuos LWR miden la variabilidad de la variable dependiente (Y) que permanece en los valores ajustados ($\hat{Y}$). Entonces, “(...) para entender que el proceso de ajuste LWR ha sido un éxito, no debe haber ningún patrón de ningún tipo en los residuos (...)” (Jacoby, p. 590, 2000). Para analizar el patrón de los residuos se estima por LWR la relación entre residuos LWR y variable independiente x_i para las regresiones previas con diferentes α . La inexistencia de un patrón en los residuos vendrá reflejado a través de unos valores estimados de los residuos que dibujen una línea horizontal centrada en el valor cero **(ver figuras para el caso de Barcelona)**.

La selección de la mejor curva LWR y, por tanto, del valor α asociado se realiza, en general, comparando los diferentes patrones de los residuos derivados del análisis anterior. En particular, puesto que cuanto menor sea el valor de α , menor será el número de observaciones incluidas en las estimaciones locales y, por tanto, mejores serán los resultados, y teniendo en cuenta que nos interesa lo opuesto, es decir, incluir el máximo de observaciones en la estimación escogida, Jacoby (2000) propone iniciar el análisis con los resultados obtenidos para una α relativamente pequeña y, gradualmente, aplicarlo para valores mayores de α . El proceso continúa “(...) hasta que el gráfico de los residuos empieza a indicar que la curva LWR está

perdiendo importantes características en los puntos. El valor apropiado de α debería ser el que hay justo antes de que empieza a aparecer una curva no horizontal LWR en el gráfico de los residuos (...)” (Jacoby, p. 592, 2000).

Tal y como se verá en la siguiente sección, esta metodología no está exenta de problemas. En particular, ésta se basa en un criterio en parte subjetivo pues deja a la consideración del investigador decidir qué curvas son líneas horizontales centradas en cero y en qué momento se pierde esta propiedad. Incluso aceptando una pretendida objetividad, existen casos, como el nuestro, en los que el análisis del patrón de residuos no permite escoger la mejor curva LWR, incluso cuando las diferentes curvas LWR obtenidas muestran “formas” muy diferentes.

Por todo ésto, es necesario encontrar una alternativa que sustituya la metodología anterior o que la complemente. Optando por esta segunda opción, es necesario un criterio objetivo que permita elegir la estimación LWR más adecuada cuando el criterio anterior no lo permite. Una opción es la de considerar cómo de bien caracterizan los datos cada una de las curvas LWR candidatas. Es decir, calcular la bondad de ajuste, R^2 , de cada regresión:

$$R_{OLS}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (18)$$

donde y_i y $\hat{y}_i$ son el valor de la variable dependiente para la observación i y su valor ajustado, $\bar{y}$ es el valor medio para la variable dependiente.

Jacoby (2000) propone una variación de esta bondad de ajuste en teoría más adaptada a los propósitos de los métodos no-paramétricos:

$$R_{LWR}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \overline{\hat{y}})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (19)$$

donde ahora aparece el valor medio de los valores ajustados, $\overline{\hat{y}}$, en el numerador en lugar de $\bar{y}$.

Jacoby (2000) señala la existencia de tres limitaciones que afectan a R_{LWR}^2 y que se han de tener en cuenta. Primero, esta bondad de ajuste, a diferencia de (18),

no puede ser interpretada como varianza explicada. No obstante, “(...) proporciona un resumen efectivo del grado en que los valores ajustados LWR siguen los puntos de los datos empíricos en el gráfico (...)” (Jacoby, p. 594, 2000). En segundo lugar, cuando hay “outliers” en los datos y se usan ponderaciones robustas, la R_{LWR}^2 puede ser engañosa y no tener sentido. Por último, el valor R_{LWR}^2 no será grande porque el objetivo del procedimiento no-paramétrico es caracterizar un patrón estructural de los datos y no ajustar un modelo definido a los datos. Ésto significa que los residuos LWR serán grandes y, en este caso, el valor de R_{LWR}^2 será pequeño.

Tanto si nos descantamos por utilizar (18) como (19), sabemos que cuanto menor es la proporción de observaciones vecinas consideradas, α , mejor es el ajuste de las estimaciones locales y, por tanto, mayor la bondad de ajuste. Por el contrario, a medida que se incorporan más observaciones, tanto (18) como (19) disminuyen de valor. Teniendo en cuenta que interesa incorporar el máximo de observaciones en las estimaciones locales, se comparan las bondades de ajuste de las diferentes curvas empezando con aquella estimada con la mayor α y, gradualmente, siguiendo con las curvas sucesivas de menor valor. Se escogerá la curva LWR con una R^2 mayor que su antecesora y su predecesora.

En definitiva, para un valor dado del grado de las regresiones, λ , la elección de la mejor curva LWR, que se asocia a un determinado valor de α , se realiza,

- (1) aplicando el criterio de inexistencia de patrón en la distribución de los residuos de Jacoby (2000);
- (2) sólo cuando el criterio anterior no funcione, comparando las bondades de ajuste entre las diferentes curvas, empezando por aquella que tenga asociado un tamaño de vecindario mayor. Se escogerá aquella curva LWR con una R^2 mayor que su antecesora y su predecesora.

Por último, es necesario definir un criterio que nos permita escoger el grado de la regresión local polinómica, λ , para un valor dado de α . Jacoby (2000) propone realizar una inspección visual del gráfico original entre variable dependiente e independiente. El problema principal de este criterio está, nuevamente, en la subjetividad de la interpretación. Incluso cuando se supone la existencia de la

objetividad, cuanto mayor es el número de observación y más concentradas están, más difícil es “leer” el gráfico.

Como criterio alternativo, en este trabajo se propone el uso de cualquiera de las bondades de ajuste anteriores, (18) y/o (19). Teniendo en cuenta que el valor de R^2 decrece cuando α incrementa (con $\lambda = 1, 2$), entonces, el mayor valor de R^2 es el calculado para el menor valor de α . El grado de regresión local será el que corresponda a la mayor bondad de ajuste para la curva estimada con la menor α .

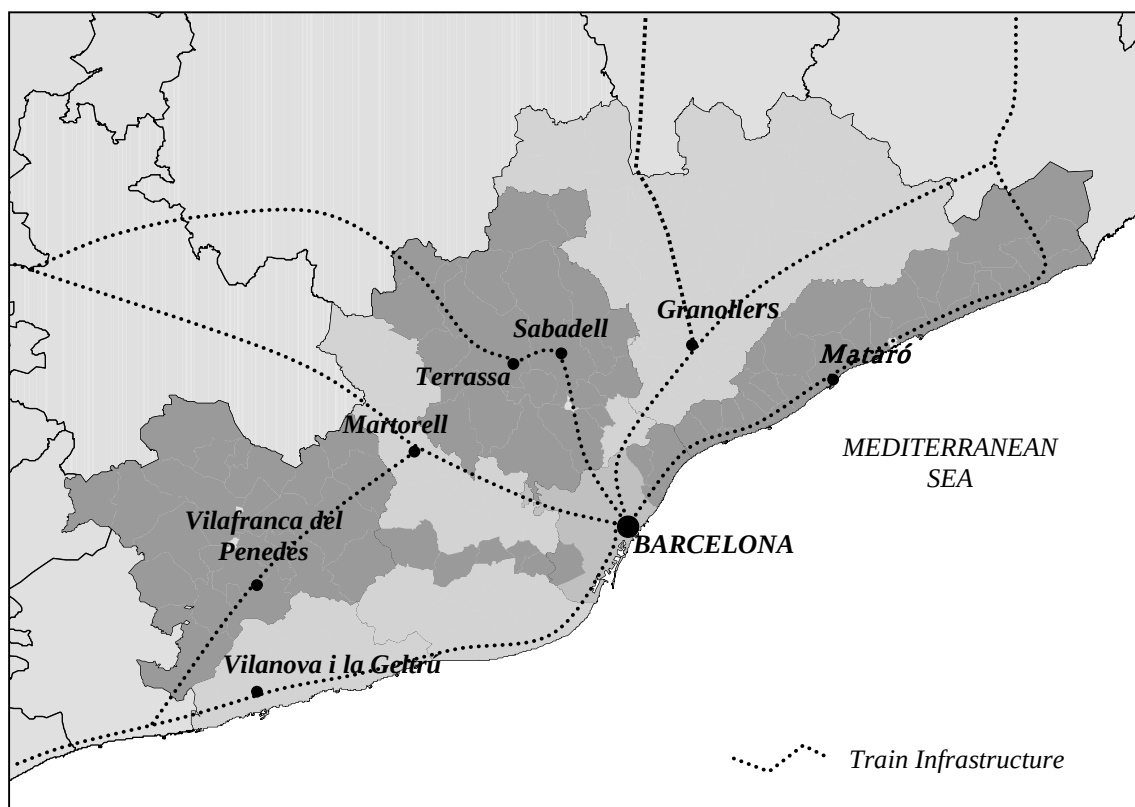
4. ESTRUCTURA URBANA DE BARCELONA: LWR

La Región Metropolitana de Barcelona (RMB) es una región urbana polinucleada, discontinua, parcialmente dispersa, compleja y diversa. La RMB tiene un ciudad primaria de más de un millón y medio de habitantes que es un centro diverso y compacto, la ciudad de Barcelona, y siete subcentros de actividad y residencia, cinco de ellos son ciudades de tamaño medio con más de mil años de historia y dos que se han desarrollado recientemente. Cerca de Barcelona hay una primera corona metropolitana extremadamente densa y urbanizada con bloques de vivienda. Después, una segunda corona residencial menos densa que concentra elevadas rentas. Alrededor de los subcentros hay extensas áreas que combinan usos residenciales de baja densidad y rurales (Muñiz et al., 2003).

“(…) El dinamismo espacial de la RMB durante los últimos 10 años está caracterizado por la suburbanización de la población y del empleo desde las áreas más densas, es decir, Barcelona, su primera corona y los subcentros, hacia localizaciones menos densas, la segunda corona, las áreas de influencia de los subcentros y los corredores metropolitanos. Simultáneamente, hay un incremento de la integración metropolitana de las áreas adyacentes, no sólo conducida por la suburbanización, sino también por la integración de asentamientos previos debido a mejoras en infraestructuras de transporte. Ambos fenómenos implican una importante redistribución de densidades dentro del área metropolitana (...)” (Muñiz et al., p. 14, 2003).

La RMB tiene una red de transporte radial donde los subcentros y corredores están conectados con el centro de la ciudad mediante diversas líneas ferroviarias y

autopistas metropolitanas. Esta infraestructura ha tenido una importante influencia en el patrón de urbanización. De esta manera, el análisis es realizado considerando el total de la RMB y seis ejes que caracterizan diferentes patrones de urbanización, que son configurados siguiendo las principales infraestructuras de transporte que parten del centro del municipio de Barcelona hacia los límites de la RMB, incorporando al menos un subcentro.



Fuente: Muñiz *et al.* (2003).

Tal y como se indicaba en la introducción, el primer objetivo de este trabajo es caracterizar la estructura espacial de la Barcelona metropolitana. Ésta se puede definir como “(...) el grado de concentración de la población y de la actividad económica (...)” y su distribución en el espacio (Anas *et al.*, p. 1431, 1998). Tradicionalmente este grado de concentración espacial se ha captado a través del análisis de la distribución espacial de las densidades de población y de empleo, siendo éstas el ratio entre el número de habitantes (de puestos de trabajo) respecto del área total de suelo de la unidad básica de análisis, cuando se considera en términos brutos, y respecto del área de suelo dedicada exclusivamente a ese uso, cuando se considera en términos netos.

Para el caso de Barcelona, usando datos de sección censal se calculan las densidades brutas de población. Se estiman diferentes curvas LWR para el total de la

RMB, con 3481 secciones censales, y para los seis ejes de transporte y sus correspondientes submuestras. Esta densidad bruta residencial es calculada con la población total y el área de cada sección que son obtenidas del Censo de Población 1996. A partir de un Sistema de Información Geográfica (GIS) se obtienen las coordenadas de los centroides de cada sección a partir de las cuales se calcula una distancia área respecto a la sección definida como CBD.

La elección de la mejor curva LWR pasa, en primer lugar, por la elección del grado de la regresión local, λ , para, posteriormente, escoger el número de observaciones incluidas en las estimaciones locales, α . En el primer caso, la **Tabla 1** muestra los valores obtenidos en las dos bondades de ajuste consideradas, (18) y (19), para las estimaciones LWR con $\alpha = 1$. En ambos casos, la R^2 mayor se obtiene para aquellas curvas estimadas con una regresión local cuadrática, $\lambda = 2$, para el total de la RMB y sus seis ejes.

Tabla 1: Bondades de Ajuste 1996 para $\alpha = 1$

	R_{OLS}^2		R_{LWR}^2	
	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
RMB	0.3134	0.3240	0.3094	0.3201
Granollers	0.3037	0.3273	0.2986	0.3230
Martorell	0.2674	0.2979	0.2631	0.2947
Mataró	0.3348	0.3800	0.3300	0.3755
Terrassa Sabadell	0.3140	0.3264	0.3072	0.3219
Vilafranca	0.2922	0.3174	0.2897	0.3158
Vilanova	0.3491	0.3567	0.3435	0.3518

De esta manera, dada una $\lambda = 2$, se estiman las diferentes curvas LWR para los diferentes valores de α a las que se aplica el método de los residuos de Jacoby (2000) y el de las bondades de ajuste propuesto en este trabajo. Las **Tablas 2 y 3** muestran los valores de las bondades de ajuste para cada una de las estimaciones por submuestra. En **negrita y subrayando** el valor de la bondad de ajuste se señala la

elección derivada del criterio de las bondades y mediante un sombreado se señala la elección resultante del criterio de los residuos³.

Tabla 2: Bondad de Ajuste, R_{LWR}^2 1996 para $\lambda = 2$

	α									
	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.75	0.85	1.00
RMB	0.3201	0.3141	0.3056	0.2984	0.3001	0.3024	0.3008	0.2977	0.2869	0.2683
Granollers	0.3230	0.3034	0.2990	0.2941	0.2883	0.2735	0.2601	0.2648	0.2621	0.1985
Martorell	0.2947	0.2837	0.2773	0.2773	0.2739	0.2694	0.2634	0.2459	0.2310	0.1705
Mataró	0.3755	0.3509	0.3435	0.3106	0.2858	0.2695	0.2708	0.2715	0.2227	0.1940
Terrassa Sabadell	0.3219	0.3013	0.2907	0.2948	0.2835	0.2884	0.2964	0.2861	0.2898	0.2811
Vilafranca	0.3158	0.3108	0.3078	0.3087	0.3074	0.2909	0.2919	0.2691	0.2531	0.1885
Vilanova	0.3518	0.3313	0.3244	0.3073	0.2921	0.2759	0.2668	0.2679	0.2730	0.2780

Tabla 3: Bondad de Ajuste, R_{OLS}^2 1996 para $\lambda = 2$

	α									
	0.10	0.15	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.75	0.85	1.00
RMB	0.3240	0.3183	0.3098	0.3024	0.3042	0.3070	0.3063	0.3042	0.2963	0.2764
Granollers	0.3273	0.3085	0.3044	0.3000	0.2918	0.2773	0.2650	0.2692	0.2661	0.2066
Martorell	0.2979	0.2868	0.2813	0.2811	0.2779	0.2738	0.2675	0.2485	0.2331	0.1798
Mataró	0.3800	0.3550	0.3476	0.3167	0.2889	0.2731	0.2772	0.2759	0.2331	0.2005
Terrassa Sabadell	0.3264	0.3070	0.2953	0.3019	0.2907	0.2948	0.3020	0.2941	0.2998	0.2878
Vilafranca	0.3174	0.3124	0.3097	0.3106	0.3093	0.3012	0.2940	0.2718	0.2546	0.1952
Vilanova	0.3567	0.3367	0.3302	0.3122	0.2979	0.2830	0.2715	0.2726	0.2771	0.2813

³ Por problemas relacionados con la extensión, en este trabajo no aparecen los gráficos correspondientes a cada una de las muestras consideradas para el caso del criterio de los residuos de Jacoby (2000). Únicamente aparecen aquellos finalmente escogidos o con los que se desarrolla alguna cuestión adicional. El lector interesado en estos resultados puede recurrir al autor para disponer de ellos.

Sólo en dos casos, el método de residuos de Jacoby (2000) no nos permite escoger objetivamente cuál es la mejor curva. En el resto, si bien este método de selección permite escoger dicha curva, también deja patente las pocas diferencias entre curvas que existen en algunos casos.

Para el caso de la RMB en su conjunto la mejor curva LWR según el método de Jacoby (2000) se estima con un 50 por ciento de los datos totales en cada regresión local cuadrática, es decir, usando un parámetro α igual a 0.50. El método de las bondades de ajuste también coincide en esta elección. La **Figura 1.a y 1.b** muestran la curva LWR y la estimación LWR de sus residuos.

Figura 1.a
Curva LWR RMB - Densidades

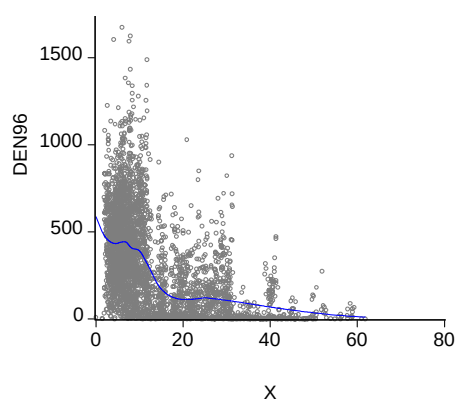
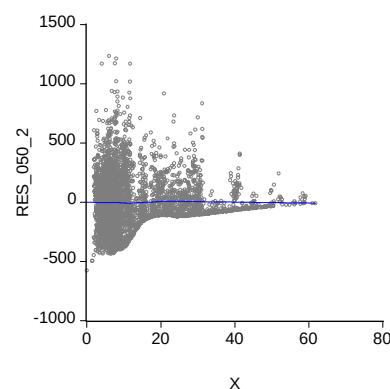


Figura 1.b
Curva LWR RMB - Residuos



Para el caso del eje de Granollers, el criterio de los residuos señala como mejor curva estimada a aquella que se ha estimado con regresiones locales con un 30% de observaciones vecinas, es decir, con $\alpha = 0.30$, mientras que según el criterio de las bondades de ajuste éste sería de $\alpha = 0.75$. Manteniendo la coherencia del método de discusión propuesto, la elección escogida sería la primera que se ha apuntado.

Figura 2.a
Curva LWR Granollers - Densidades

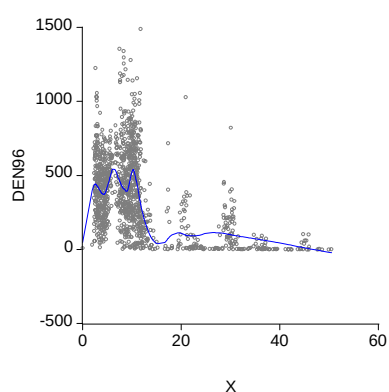
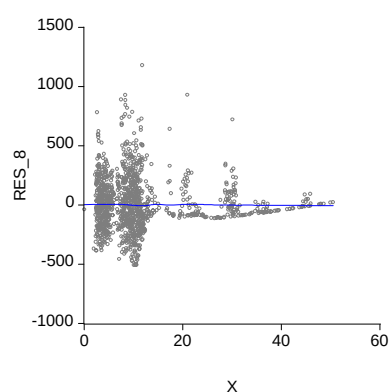


Figura 2.b
Curva LWR Granollers - Residuos



Para el caso de Martorell la mejor estimación es aquella que se realiza con un $\alpha = 0.75$ según el criterio de los residuos. En este caso, es importante resaltar que el criterio de las bondades no identifica ninguna estimación que represente un pico en su R^2 respecto a aquellas que inmediatamente la siguen.

Figura 3.a
Curva LWR Martorell - Densidades

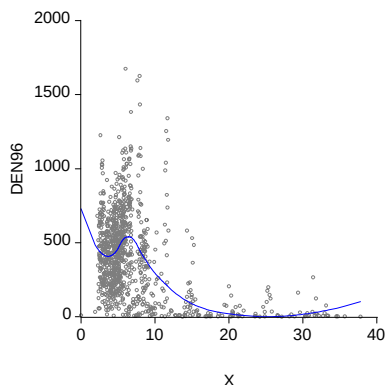
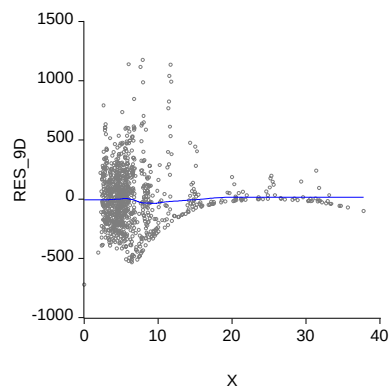


Figura 3.b
Curva LWR Martorell - Residuos



Siguiendo el criterio de residuos, la mejor curva LWR representativa del eje de Mataró se estima con un $\alpha = 0.30$.

Figura 4.a
Curva LWR Mataró - Densidades

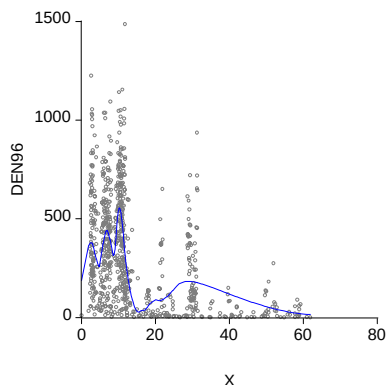
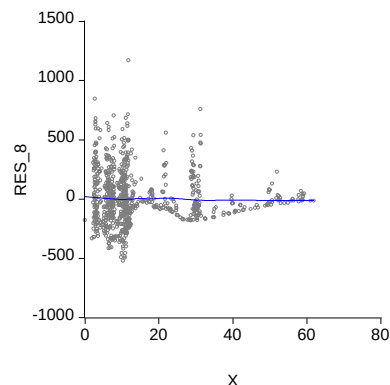


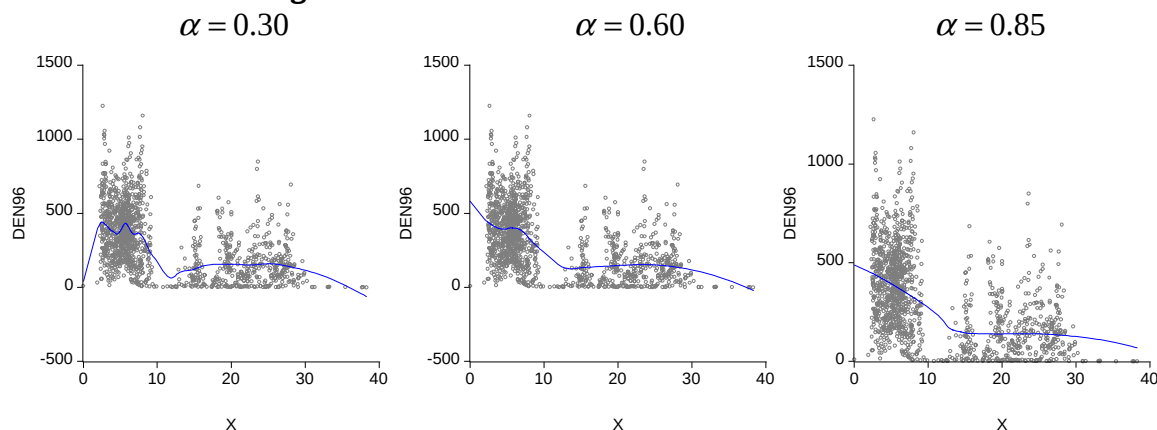
Figura 4.b
Curva LWR Mataró - Residuos



En el eje de Terrassa y Sabadell el método de los residuos no permite escoger de forma objetiva la estimación más apropiada. Haciendo uso del criterio de las bondades de ajuste, se obtienen tres estimaciones candidatas realizadas con $\alpha = 0.30$, $\alpha = 0.60$ y $\alpha = 0.85$. A pesar de que, tal y como se ha comentado en diversas ocasiones, la idea es incorporar el máximo número de observaciones en las estimaciones locales, el conocimiento a otros niveles de agregación de la distribución espacial de las densidades de población en esta zona y la escasa diferencia entre las

diferentes bondades de ajuste nos lleva a escoger como mejor curva LWR a la realizada con una estimación con $\alpha = 0.60$.

Figura 5 Curva LWR Terrassa Sabadell – Densidades



En el eje de Vilafranca, el método de las bondades de ajuste permite escoger la estimación con $\alpha = 0.30$ en ambos casos y, sólo para la R^2_{LWR} , la estimación con $\alpha = 0.60$. El método gráfico de los residuos coincide con el primer candidato comentado.

Figura 6.a
Curva LWR Vilafranca - Densidades

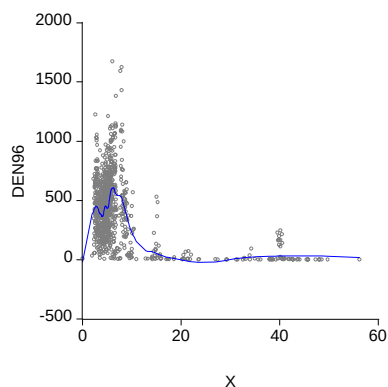
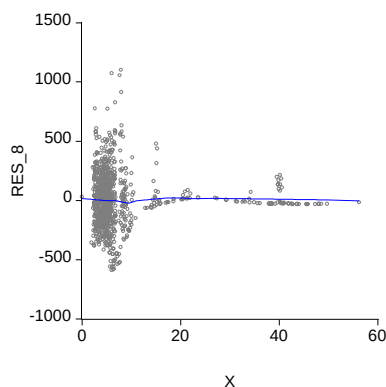


Figura 6.b
Curva LWR Vilafranca - Residuos



Por último, en el eje de Vilanova el método de los residuos no permite escoger la mejor curva LWR. Por el contrario, el método de las bondades señala que la estimación LWR en la que se incluyen todas las observaciones, $\alpha = 1.00$ es la que

Figura 7.a
Curva LWR Vilanova - Densidades

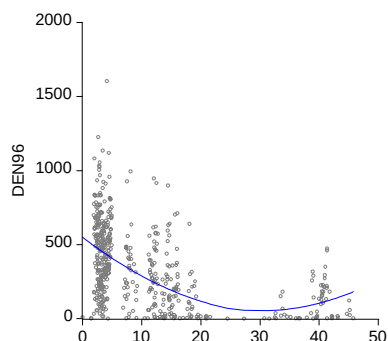
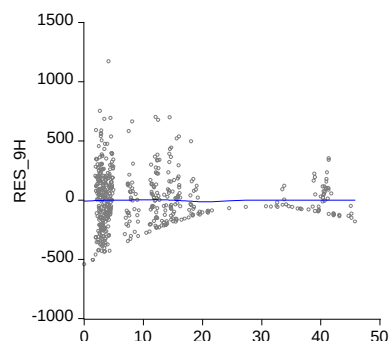


Figura 7.b
Curva LWR Vilanova - Residuos



En resumen, el uso de las bondades de ajuste para escoger de forma objetiva el grado de las regresiones locales y, posteriormente, el uso del método gráfico de los residuos de Jacoby (2000) complementado, en los casos necesarios, con la información proporcionada por las bondades de ajuste, permite escoger la estimaciones LWR y sus correspondientes curvas que mejor “captan” y “representan” la estructura espacial de la ciudad de Barcelona en términos metropolitanos.

Los resultados obtenidos muestran que tanto la RMB en su conjunto como cada una de las submuestras consideradas presentan una estructura espacial asociada con características típicas de las configuraciones policéntricas, incluso en el caso de Vilanova, con una estructura principalmente monocéntrica pero con repuntes en sus densidades residenciales al final de ésta. Teniendo en cuenta ésto y como una forma de validar el método no-paramétrica aquí presentado, sería interesante comparar desde criterios estadísticos los resultados obtenidos con una estructura típicamente monocéntrica, como la exponencial negativa, con los aquí obtenidos mediante estimaciones LWR.

Desde este punto de vista, dada las dificultades comentadas acerca de un análisis ANOVA con LWR, se presenta como alternativa el uso del estadístico R_{OLS}^2 para escoger entre las curvas LWR y las obtenidas con la función de densidad exponencial negativa en base a la que presente un mayor valor.

Tabla 4: Estadístico R_{OLS}^2 : Exponencial vs. LWR 1996

	<i>Exponencial</i>	<i>LWR</i>		Obs.
	R_{OLS}^2	R_{OLS}^2	α	
RMB	0.2570	0.3070	0.50	3481
Granollers	0.1806	0.3000	0.30	1159
Martorell	0.1434	0.2485	0.75	927
Mataró	0.1836	0.3167	0.30	775

Terrassa	0.2504	0.3020	0.60	1296
Sabadell				
Vilafranca	0.1684	0.3106	0.30	855
Vilanova	0.2467	0.2813	1.00	500

La **Tabla 4** presenta el estadístico R_{OLS}^2 para las dos aproximaciones. Para el total de la RMB y para cada eje el método Locally Weighted Regression se ajusta mejor que la función exponencial negativa. Estos resultados coinciden con los Muñiz *et al.* (2003) al mostrar que la exponencial negativa no representa correctamente la estructura espacial de la Región Metropolitana de Barcelona (RMB) en términos de distribución de densidades.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo usa el procedimiento LWR propuesto por McMillen (1996) para modelizar la variación espacial de las densidades de la Barcelona metropolitana en su conjunto y para sus seis ejes por separado.

El método de elección de la mejor estimación pasa por la determinación del grado de las regresiones locales y del número de observaciones incluidas en cada una de ellas. Mientras que en el primer caso se utiliza un criterio basado en la bondad de ajuste, en el segundo se utiliza el método propuesto por Jacoby (2000) de análisis del patrón de los residuos que se complementa, en los casos en que éste no funciona, con un criterio, propuesto en este trabajo, basado en los valores de las bondades de ajuste de cada estimación.

Las curvas LWR escogidas muestran una estructura espacial con características policéntricas, por lo que se valida este método mediante su comparación de las bondades de ajuste obtenidas con las estimaciones LWR y aquellas obtenidas con la estimación de una función exponencial negativa, representativa de una estructura típicamente monocéntrica. Los resultados muestran un mejor ajuste de las estimaciones LWR y, por tanto, validan la configuración de tipo policéntrico.

BIBLIOGRAFÍA

- ALONSO, W. (1960) A theory of the urban land market, **Papers and Proceedings of the Regional Science Association**, 6, pp. 149-158.
- (1964) **Location and Land Use**, Cambridge, MA: Harvard U. Press.
- CLEVELAND, W.S. (1979) Robust locally-weighted regression and smoothing scatterplots, **Journal of the American Statistical Association**, 74, pp. 829-836.
- CLEVELAND, W.S. & S.J. DEVLIN (1988) Locally weighted regression: An approach to regression analysis by local fitting, **Journal of the American Statistical Association**, 83, pp. 596-610.
- CLEVELAND, W.S., DEVLIN, S.J. & E. GROSSE (1988) Regression by local fitting. Methods, properties, and computational algorithms, **Journal of Econometrics**, 37, pp. 87-114.
- FUJITA, M. & H. OGAWA (1982) Multiple equilibria and structural transition of non-monocentric urban configurations, **Regional Science and Urban Economics**, 12, pp. 161-196.
- JACOBY, W.G. (2000) Loess: a nonparametric, graphical tool for depicting relationships between variables, **Electoral Studies**, 19, pp. 577-613.
- McMILLEN, D.P. (1996) One hundred fifty years of land values in Chicago: A nonparametric approach, **Journal of Urban Economics**, 40, pp. 100-124.
- McMILLEN, D.P. (2001) Non-parametric employment subcentre identification, **Journal of Urban Economics**, 50, pp. 448-473.
- MILLS, E.S. (1967) An aggregative model of resource allocation in a metropolitan area, **American Economic Review**, 57, pp. 197-210.
- MILLS, E.S. (1972) **Studies in the Structure of the Urban Economy**, London: Johns Hopkins Press.
- MUÑIZ, I., GALINDO, A. & M.A. GARCÍA (2003) Cubic spline population density functions and satellite city delimitation, **Urban Studies**, 40, PP. 1303-1321.
- MUTH, R. (1961) The spatial structure of the housing market, **Papers of the Regional Science Association**, 7, pp. 207-220.

- MUTH, R.F. (1969) **Cities and Housing. The Spatial Pattern of Urban Residential Land Use**, The University of Chicago Press.
- OGAWA, H. & M. FUJITA (1980) Equilibrium land use patterns in a nonmonocentric city, **Journal of Regional Science**, 20, pp. 455-475.
- (1989) Nonmonocentric urban configurations in a two-dimensional space, **Environment and Planning A**, 21, pp. 363-374.
- SIVITANIDOU, R. & W.C. WHEATON (1992) Wage and rent capitalization in the commercial real estate market, **Journal of Urban Economics**, 31, pp. 206-229.
- SULLIVAN, A.M. (1986) A general equilibrium model with agglomerative economics and decentralized employment, **Journal of Urban Economics**, 20, 55-75.
- WHITE, M.J. (1976) Firm suburbanization and urban subcenters, **Journal of Urban Economics**, 3, pp. 323-343.
- (1990) Commuting and congestion: A simulation model of a decentralized metropolitan area, **Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association**, 18, pp. 335-368.
- WIEAND, K. (1987) An extension of the monocentric urban spatial equilibrium model to a multi-center setting: the case of the two-center city, **Journal of Urban Economics**, 21, pp. 259-271.