

Los costes sociales del crecimiento económico: siniestralidad laboral en las regiones españolas⁺.

Ernest Reig Martínez ^{*}
Andrés J. Picazo Tadeo ^{**}

^{*} *Universitat de València e IVIE.*

*Dpto. Economía Aplicada II. Avda dels Tarongers s/n
46022 VALENCIA (Spain). Email: Ernest.Reig@uv.es*

^{**} *Universitat de València.*

RESUMEN

El desarrollo industrial contribuye a la mejora de los niveles de renta y bienestar de la sociedad, aunque no está exento de consecuencias no deseadas como la siniestralidad laboral, que en España ha alcanzado cotas preocupantes. Una evaluación equilibrada de los beneficios y costes del crecimiento económico requiere reformular las medidas convencionales de productividad, para dar cuenta de los beneficios sociales generados por los recursos destinados a la reducción de los resultantes no deseados de la actividad productiva. Este artículo representa una contribución a esta línea de investigación, mediante la adopción de un enfoque no paramétrico de medición de la productividad en presencia de outputs no deseables y su aplicación al análisis de los cambios en la Productividad Total de los Factores de las regiones españolas entre 1985 y 1998. Para ello, mediante el cálculo de funciones distancia direccionales, se construyen índices de Malmquist-Luenberger capaces de medir la evolución de la productividad regional teniendo en cuenta los efectos de los cambios en la incidencia de la siniestralidad laboral. La comparación de los resultados obtenidos con los correspondientes al cálculo de la productividad a partir de índices convencionales –que sólo recogen la producción de outputs comercializables– permite constatar la existencia de diferencias importantes, sobre todo en las regiones que más han reducido la siniestralidad laboral.

Palabras clave: *Crecimiento regional; Productividad Total de los Factores; funciones distancia direccionales, índices Malmquist-Luenberger; siniestralidad laboral.*

Clasificación JEL: *O47; R11; C61; I12.*

ABSTRACT

The industrial growth contributes to the improvement of income levels and society's well-being, but it is not free of non-wished consequences, like the increase of labour injuries in the workplace, that in Spain have reached worrisome levels. A balanced evaluation of the benefits and costs of economic growth requires a reformulation of the conventional measures of productivity growth to fully account for the social benefits generated by the resources destined to reduce the non-wished effects of economic activity. This paper represents a contribution within this field of research, through a non-parametric approach to productivity measurement in the presence of undesirable goods, and its application to the analysis of Total Factor Productivity changes in the Spanish regions between 1985 and 1998. Particularly, we use directional distance functions to build Malmquist-Luenberger indexes that allow to measure the evolution of regional productivity, when changes in the occurrence of labour injuries are being taken into account. The comparison of the computed rates of productivity change with those arising from conventional productivity indexes – that only consider the production of marketable output– shows the existence of important differences, especially in the regions that have achieved a higher reduction of labour injuries.

Key Words: *Regional growth; Total Factor Productivity; directional distance functions; Malmquist-Luenberger indexes; labour injuries.*

JEL Classification: *O47; R11; C61; I12.*

⁺ *Agradecemos la ayuda financiera del Ministerio de Ciencia y Tecnología (proyecto SEC 2000-0803).*

1.- Introducción.

La economía española ha experimentado un importante proceso de crecimiento a lo largo de las últimas décadas, reduciendo la distancia con la media europea en términos de *PIB* por habitante y creando un volumen sustancial de empleo. Una amplia literatura ha analizado exhaustivamente los perfiles específicos de crecimiento de las distintas regiones y ha mostrado, en particular, las pautas de convergencia en renta por habitante – absoluta o condicional– que las han caracterizado. Sin embargo, y a pesar de que la reflexión teórica sobre los costes sociales del desarrollo económico tiene una larga tradición en economía, los análisis cuantitativos del crecimiento regional han tendido a dejar de lado esta dimensión, para concentrarse en una perspectiva centrada en lo que *Nicholas Kaldor* (1961) denominó los *hechos estilizados del crecimiento*.

Uno de los costes sociales más relevantes que han acompañado los procesos de industrialización regional es la alta siniestralidad laboral que se registra en las empresas, problema cuyo interés no se agota en el terreno de las relaciones laborales, sino que posee una notable trascendencia económica. A pesar de la existencia de un importante acervo legislativo en esta materia, especialmente a partir de la *Ley de Prevención de Riesgos Laborales de 1995*, el masivo incumplimiento de la normativa –principalmente por parte de las pequeñas y medianas empresas–, la falta de una cultura de la prevención suficientemente amplia por parte de los trabajadores y, probablemente también, el aumento de la precariedad y temporalidad de los contratos laborales, siguen contribuyendo a que el número de accidentes laborales apenas se haya reducido.

La valoración de los efectos sobre el bienestar social de los resultados *no deseados* del desarrollo económico requiere reinterpretar las medidas convencionales del crecimiento, al objeto de tener en cuenta aspectos tales como la generación de efectos externos medioambientales o la incidencia de las condiciones laborales sobre los riesgos que afectan a la salud de los trabajadores. En este trabajo se sugiere el uso del índice de *Malmquist-Luenberger* para evaluar el efecto sobre el crecimiento de la *Productividad Total de los Factores (PTF)* de la inclusión de los accidentes laborales como un resultado u *output* no deseado de la actividad productiva. Se emplean datos correspondientes a las regiones españolas y se pretende mostrar en qué forma los esfuerzos dirigidos a la reducción de riesgos laborales por parte de empresas, sindicatos y Administraciones, pueden verse cuantitativamente *reconocidos* y, por tanto, socialmente valorados, al reflejarse en tasas de variación de la *PTF* convenientemente adaptadas para tomarlos en consideración. La posibilidad de comparar los resultados de aplicar medidas convencionales y medidas *ajustadas* –o *adaptadas*– de variación de la productividad permitirá captar en forma diferenciada los efectos de la política de prevención de la siniestralidad laboral aplicada en las distintas regiones españolas.

En el apartado segundo se resumen brevemente los principales enfoques teóricos que han abordado la incorporación de la producción de *outputs* no deseables a la medición de la eficiencia y la productividad. En el tercer apartado se describe la metodología, mientras que en el cuarto se exponen, respectivamente, los datos utilizados y los resultados alcanzados. Una última sección destaca las conclusiones.

2.- La inclusión de los outputs no deseables en la medición de los cambios en la productividad.

La aplicación de las medidas convencionales del cambio en la *PTF* en condiciones en que la actividad productiva se encuentra sometida a una regulación tendente a reducir o eliminar efectos colaterales indeseados –residuos potencialmente contaminantes, ruido, accidentes laborales, entre otros– tiene una consecuencia perversa. Esta estriba en que la reducción de los *outputs* no deseados exige el uso de recursos dotados de coste de oportunidad y, en consecuencia, las empresas poco escrupulosas con el cumplimiento de la regulación tenderán a mostrar, a igualdad de otras condiciones, niveles *medidos* de productividad más elevados. Esto se debe a que estarán dedicando menores cantidades de *inputs* a actividades dirigidas a cumplir con los requerimientos exigidos por la regulación, que, de acuerdo con los estándares habituales, pueden considerarse como *no productivos*.

Existe una variedad de procedimientos que pueden seguirse para evitar esta distorsión. Una primera aproximación consiste en recalcular las medidas de la *PTF* introduciendo explícitamente en el vector de *outputs* aquéllos que tienen un carácter *no deseable*, valorados de acuerdo con su *precio sombra* desde la perspectiva del productor. Los *precios sombra* pueden obtenerse mediante información exógena procedente de estudios de ingeniería o de cálculos econométricos (Pittman, 1983) o, también, haciendo uso de la teoría de la dualidad, mediante la parametrización y estimación de una función distancia en *outputs* (Färe *et al.*, 1993). En ambos casos, estos precios se interpretarían como el ingreso potencial por ventas de *output* comercial o *deseable*, al que las empresas deben renunciar como consecuencia de dedicar recursos a una reducción marginal en su producción de *outputs no deseables*. En esta misma dirección, otros autores han buscado reflejar en la medida ajustada de productividad, no sólo el coste marginal en que incurre el productor al reducir la externalidad, sino también los daños externos marginales causados al resto de la sociedad –ver, a título de ejemplo Gollop y Swinand (1998).

Una línea alternativa de investigación ha trabajado en la adaptación de índices no paramétricos de variación de la productividad al caso de la producción de *outputs* no deseables. El punto de partida ha sido el *índice de Malmquist*. Este índice fue inicialmente elaborado para analizar el coste de la vida en el marco de la teoría del consumo (Malmquist, 1953). Su formulación teórica moderna corresponde, sin embargo, a Caves *et al.* (1982a y 1982b), que destacaron bajo qué condiciones era equivalente al *índice de Törnquist* –ampliamente utilizado en la contabilidad del crecimiento en presencia de variaciones discretas en las magnitudes económicas. El índice de *Malmquist* fue *reconvertido* para su cálculo directo mediante programación lineal por Färe *et al.* (1989), lo que facilitó enormemente su utilización. En este formato, admite una fácil interpretación en términos de *PTF* (Grosskopf, 1993) y resulta posible descomponerlo en un elemento de cambios en la eficiencia –ya que no se adopta el supuesto de que las empresas estén necesariamente operando en la frontera de posibilidades de producción– y otro que refleja el efecto del cambio tecnológico sobre la productividad. La posibilidad de contar con un procedimiento relativamente simple para obtener información detallada sobre los elementos determinantes del cambio en la *PTF* ha contribuido a popularizar ampliamente la

utilización del índice de *Malmquist*, dando lugar a múltiples propuestas alternativas de descomposición –ver Ray y Desli (1997).

La esencia del procedimiento de cómputo del índice de *Malmquist* estriba en el cálculo de funciones distancia en *output* para diferentes unidades productivas, tomando referencias tecnológicas que van cambiando para distintos puntos temporales. Estas referencias tecnológicas pueden construirse mediante *Análisis Envolvente de Datos (DEA)*, partiendo de las observaciones disponibles de producción y uso de *inputs* en cada punto temporal. Una característica adicional del índice de *Malmquist* es que, por construcción, las ponderaciones de los distintos *outputs* e *inputs* son iguales. En consecuencia, no se requiere disponer de información sobre los precios de los *outputs* y los *inputs*, evitando la necesidad de adoptar procedimientos *ad hoc* de valoración de los *outputs* no deseables. La ausencia de ponderaciones diferenciadas evita, por otra parte, tener que establecer supuestos de comportamiento del tipo de maximización de beneficios o minimización de costes, algo que resultaría inapropiado cuando el análisis está referido –como ocurre en el caso de esta investigación– a regiones y no a empresas.

La aplicación del *índice de Malmquist* cuando se pretende otorgar relevancia a la producción de bienes *no deseables* ha requerido una modificación importante. Se trata de sustituir en la definición del índice la función distancia en *outputs* –cuyo cómputo se basa en la estimación de la máxima expansión posible del vector de *outputs* en su conjunto, en relación a una determinada frontera tecnológica (Shephard, 1953)– por una *función distancia direccional en outputs*, que trata en forma asimétrica la producción de *outputs* deseables y no deseables. La asimetría implica el cálculo de la máxima expansión posible del subvector de *outputs* formado por los *bienes* y, simultáneamente, la mayor contracción factible del subvector de *outputs* no deseables. No se trata, por tanto, de una medida *radial* –como en el caso de la función distancia en *outputs* convencional–, sino que la expansión (contracción) de los *outputs* deseables (*no deseables*) se produce siguiendo un *vector direccional* que debe definirse previamente. Así, apareció con entidad propia en la literatura especializada el llamado *índice de Malmquist-Luenberger* (Chung *et al.*, 1997) que trabaja con funciones distancia direccionales y tiene la importante propiedad de incorporar como parte de los avances medidos en la productividad, los logros alcanzados por las empresas –u otras entidades económicas– en la reducción de aquellos efectos u *outputs* no deseados que acompañan a la producción principal.

El *índice de Malmquist-Luenberger (ML)* ha comenzado a contar recientemente con aplicaciones al cálculo de la evolución de la *PTF* de entidades territoriales en presencia de efectos medioambientales, permitiendo llevar a cabo comparaciones con los resultados ofrecidos por las medidas tradicionales –que no tienen en cuenta estos efectos. Así, se ha empleado para estudiar los cambios en la *PTF* de la agricultura norteamericana, teniendo en cuenta los efectos de los fertilizantes y pesticidas químicos sobre la calidad de las aguas superficiales y subterráneas (Ball *et al.*, 1998); también, para estudiar los efectos sobre la productividad regional de la aplicación de una tasa ecológica sobre la producción de residuos destinados a vertederos en el Reino Unido (Chapple y Harris, 2003). Igualmente, se ha hecho uso de este índice para valorar el efecto sobre el crecimiento de la productividad en la industria manufacturera estadounidense de las regula-

ciones tendentes a limitar la polución atmosférica resultante de la actividad industrial (Färe *et al.*, 2001).

El índice *ML* orientado a los *outputs* no es, sin embargo, la única vía de análisis posible para recoger los efectos sobre la productividad de los aspectos colaterales no deseados de la actividad económica, ni siquiera si el campo se acota a los estudios no paramétricos de la eficiencia productiva. Färe *et al.* (1989) construyeron diversas medidas hiperbólicas de eficiencia para una muestra de empresas papeleras estadounidenses, bajo supuestos alternativos sobre la expansión (contracción) de los *outputs* deseables (no deseables). En la construcción de las referencias tecnológicas, los autores reflejaron, asimismo, diferentes supuestos en cuanto a la posibilidad de eliminación sin coste de los residuos productivos. Las diferencias en las medidas de eficiencia obtenidas, combinadas con el conocimiento de los volúmenes observados de producción comercial –o deseable– y de sus precios, permitieron computar los costes que podían derivarse para las empresas del cumplimiento de la normativa medioambiental. Otro trabajo en esta misma línea es Hernández *et al.* (2000). Por otra parte, Hailu y Veeman (2000) han construido índices de *Malmquist* de productividad basados en la estimación de funciones distancia en *inputs* considerando, asimismo, la producción de *outputs* no deseables. Un tratamiento más detallado de la literatura relacionada con la modificación de las medidas de eficiencia y productividad en presencia de *outputs* no deseables puede verse en Picazo *et al.* (2003).

La investigación que se desarrolla en este trabajo tiene como precedentes metodológicos las aplicaciones del *índice de Malmquist-Luenberger* citadas en los párrafos precedentes y constituye, probablemente, la primera utilización del índice para considerar los accidentes de trabajo como un resultante no deseado de la actividad económica– en el análisis del cambio productivo regional.

3.- Metodología.

Con el propósito de ilustrar el cálculo de índices *Malmquist-Luenberger* de productividad, considérese un proceso productivo que transforma un vector de *inputs* $x \in \mathbb{R}^N$ en un conjunto de *outputs* deseables $y \in \mathbb{R}^D$ y no deseables $b \in \mathbb{R}^H$. La *tecnología de referencia* puede caracterizarse a partir del *conjunto de posibilidades de producción*:

$$P(x) = [(y, b) : x \text{ puede producir } (y, b)] \quad (1)$$

Este conjunto muestra todas las combinaciones de *outputs* –deseables y no deseables– que pueden obtenerse a partir de un vector dado de *inputs*. Asimismo, se supone que la tecnología cumple los axiomas propuestos por Shephard (1970) –posibilidad de inacción, exclusión de producción gratuita, eliminación libre de *outputs* deseables y eliminación fuerte de *inputs* (ver también Grosskopf, 1986)– y que los *outputs* –deseables y no deseables– se encuentran conjuntamente bajo el axioma de *eliminación débil*, esto es:

$$(y, b) \in P(x); 0 \leq \theta \leq 1 \Rightarrow (\theta y, \theta b) \in P(x) \quad (2)$$

Con esta propiedad se trata de considerar explícitamente que la reducción de *outputs* no deseables tiene un coste que puede representarse como una menor producción de *output* deseable (Färe *et al.*, 1989). En otras palabras, cuando una empresa tiene que desviar recursos productivos desde la producción de *output* deseable a la eliminación o reducción de los efectos no deseados de su actividad, su producción comercializable se verá necesariamente reducida.

Caracterizada la tecnología de referencia, la *función distancia direccional en output* en el momento t se define formalmente como:

$$\bar{D}_O^t(x^t, y^t, b^t; g_y, -g_b) = \text{Sup} \left[\beta : (y^t + \beta g_y, b^t - \beta g_b) \in P^t(x^t) \right], \quad (3)$$

siendo $g = (g_y, -g_b)$ el vector *dirección*.

La distancia de la expresión (3) busca –dadas las restricciones impuestas por la tecnología existente en el momento t y un vector de *inputs* x^t – la máxima expansión posible de los *outputs* deseables y^t en la dirección g_y y la mayor contracción de los no deseables b^t en la dirección $-g_b$, que es negativa para recoger el hecho de que la producción no deseable está siendo reducida. Asimismo, es posible probar que:

$$\bar{D}^t(x^t, y^t, b^t; g_y, -g_b) \geq 0 \Leftrightarrow (y^t, b^t) \in P^t(x^t) \quad (4)$$

La intuición gráfica de la función distancia direccional en *output* y su comparación con la función distancia en *output* tradicional se ilustra en la *Figura 1*. Con una tecnología caracterizada por el conjunto de posibilidades de producción $P(x)$, al expandir proporcionalmente todos los *outputs* –deseables y no deseables– la distancia convencional en *output* proyectaría la observación k sobre el punto k' , situado sobre la frontera tecnológica. Sin embargo, este planteamiento resulta inadecuado cuando una parte de la producción es no deseable y se desea su reducción. En este caso, suponiendo una dirección $g = (g_y, -g_b)$, la función distancia direccional en *output* proyectaría la observación k sobre el punto k'' , perteneciente a la envolvente superior del conjunto de posibilidades de producción.

Igualmente, es posible calcular la *distancia* de una observación en un momento del tiempo respecto a la tecnología existente en otro período. A título de ejemplo, la distancia de la observación en $t+1$ ($x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}$) respecto a la tecnología de t sería¹:

$$\bar{D}_O^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; g_y, -g_b) = \text{Sup} \left[\beta : (y^{t+1} + \beta g_y, b^{t+1} - \beta g_b) \in P^t(x^{t+1}) \right] \quad (5)$$

En este caso, dado un vector de *inputs* x^{t+1} , estaríamos buscando la máxima expansión posible de los *outputs* deseables y^{t+1} en la dirección g_y y la mayor contracción de los no deseables b^{t+1} en la dirección $-g_b$, que situaría el vector resultante sobre la frontera tecnológica del momento t . La distancia de la expresión (5) ya no tiene que ser necesari-

¹ Como criterio general a observar en la nomenclatura, el superíndice de una variable se refiere al momento del tiempo al que corresponde la observación, mientras que los superíndices que acompañan al conjunto de posibilidades de producción y a la función distancia se refieren al momento al que pertenece la tecnología de referencia.

riamente mayor o igual a cero, puesto que el cambio técnico puede situar a una observación correspondiente a un determinado momento del tiempo por encima de la frontera tecnológica existente en un período distinto.

Siguiendo a Chung *et al.* (1997), las funciones distancia direccionales de las expresiones (3) y (5) permiten construir el *índice ML de productividad* basado en la tecnología del período t como:

$$ML^t(x^t, y^t, b^t; x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}) = \frac{[1 + \bar{D}_o^t(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]}{[1 + \bar{D}_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \quad (6)$$

El *índice ML* con respecto a la tecnología del período $t+1$ sería:

$$ML^{t+1}(x^t, y^t, b^t; x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}) = \frac{[1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]}{[1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \quad (7)$$

En ambos casos, se ha supuesto que la producción deseable se maximiza proporcionalmente, en tanto que los *outputs* no deseables se minimizan también de manera proporcional. Esto es, se asume el siguiente *vector dirección*:

$$g = (g_y, -g_b) = (y, -b) \quad (8)$$

La elección de la tecnología de referencia puede ser una cuestión relevante según el período analizado y las características de las unidades productivas estudiadas. Cuando el período es corto o se pretende analizar una etapa con escaso cambio técnico, puede establecerse una tecnología fija como referencia. Sin embargo, éste puede ser un supuesto inadecuado si se investiga un período de tiempo dilatado o una economía con un rápido cambio tecnológico. Con el fin de evitar una referencia tecnológica arbitraria, Chung *et al.* (1997) (ver también Färe *et al.*, 1994) proponen el cálculo del índice *ML* de productividad como la media geométrica de los índices de las expresiones (6) y (7), de manera que la tecnología de referencia cambia con el tiempo. Este índice se formula como:

$$ML^{t,t+1}(\cdot) = \left[\frac{[1 + \bar{D}_o^t(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]}{[1 + \bar{D}_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \cdot \frac{[1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]}{[1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \right]^{1/2} \quad (9)$$

expresión que, tras algunas transformaciones, puede ser reescrita como:

$$ML^{t,t+1}(\cdot) = \left[\frac{[1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)] [1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]}{[1 + \bar{D}_o^t(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)] [1 + \bar{D}_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \right]^{1/2} \cdot \left[\frac{[1 + \bar{D}_o^t(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]}{[1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \right] \quad (10)$$

Esta aproximación metodológica permite descomponer el cambio productivo ocurrido entre los períodos t y $t+1$ ($ML^{t,t+1}$), en el resultado del desplazamiento de la frontera tecnológica o *cambio técnico* ($MLCTEC^{t,t+1}$), recogido por el primer término entre corchetes en la expresión (10) y del *cambio en la eficiencia técnica* ($MLCEF^{t,t+1}$), representado, en este caso, por el segundo término de la misma expresión. Esto es:

$$ML^{t,t+1}(\cdot) = MLCTEC^{t,t+1}(\cdot) \cdot MLCEF^{t,t+1}(\cdot) \quad (11)$$

La expresión (10) mide el cambio productivo ocurrido entre los períodos t y $t+1$, de manera que cuando se produce un incremento (reducción) de la productividad, el índice ML tomará un valor superior (inferior) a la unidad. En el caso de que éste sea igual a la unidad debe interpretarse que no ha existido cambio en la productividad. En cuanto a sus elementos determinantes, $MLCTEC^{t,t+1}$ recoge el cambio técnico ocurrido entre t y $t+1$. Un desplazamiento de la frontera de posibilidades de producción en dirección *Noroeste* en la *Figura 1* –esto es, producción de *más outputs* deseables y *menos* no deseables– se reflejará en un valor del índice de cambio técnico superior a la unidad. Si el desplazamiento ha sido en la dirección *menos deseables* y *más no deseables* –dirección *Sudeste*–, el componente de cambio técnico del índice ML de productividad será inferior a la unidad. Obviamente, éste será igual a uno cuando no se haya producido cambio técnico.

Finalmente, $MLCEF^{t,t+1}$ recoge el efecto sobre la productividad de los cambios en la eficiencia y su interpretación resulta bastante intuitiva. Un valor superior a la unidad indica que la distancia de una observación en t respecto a su frontera contemporánea es superior a esa misma distancia en $t+1$, habiéndose conseguido, por tanto, un acercamiento a la frontera tecnológica o mejora en la eficiencia técnica. Lo contrario sucede cuando el valor es inferior a la unidad.

Las funciones distancia requeridas para el cálculo del índice ML de productividad pueden calcularse por medio de programación matemática y análisis *DEA* –ver Cooper *et al.* (2000). La principal ventaja de esta aproximación metodológica es la flexibilidad en la obtención de la frontera tecnológica, que es construida a partir de las observaciones eficientes y sus combinaciones lineales. La limitación más relevante es su carácter determinístico, que hace que los resultados sean sensibles a errores de medida y a la presencia de observaciones extremas en la muestra, impidiendo, asimismo, el contraste estadístico de hipótesis sobre los mismos.

La distancia de una unidad productiva k' –perteneciente a una muestra de $k = 1, \dots, K$ observaciones– en el momento t respecto a la frontera tecnológica contemporánea, se obtiene a partir de la resolución del siguiente programa:

$$\begin{aligned} \bar{D}_0^t(x^{k',t}, y^{k',t}, b^{k',t}; y^{k',t}, -b^{k',t}) &= \text{Max}_{\beta \geq 0} \beta^{k'} \\ \text{s.a.} \quad \sum_{k=1}^K z^{k,t} y_d^{k,t} &\geq (1 + \beta^{k'}) y_d^{k',t} & d=1, \dots, D & \quad (i) \\ \sum_{k=1}^K z^{k,t} b_h^{k,t} &= (1 - \beta^{k'}) b_h^{k',t} & h=1, \dots, H & \quad (ii) \\ \sum_{k=1}^K z^{k,t} x_n^{k,t} &\leq x_n^{k',t} & n=1, \dots, N & \quad (iii) \\ z^{k,t} &\geq 0 & k=1, \dots, K & \quad (iv) \end{aligned} \quad (12)$$

Igualmente, la distancia de la observación k' en $t+1$ con respecto a la tecnología del período t se obtiene como²:

$$\begin{aligned} \bar{D}_0^t(x^{k',t+1}, y^{k',t+1}, b^{k',t+1}; y^{k',t+1}, -b^{k',t+1}) &= \text{Max } \beta^{k'} \\ \text{s.a. } \sum_{k=1}^K z^{k,t} y_d^{k,t} &\geq (1 + \beta^{k'}) y_d^{k',t+1} \quad d = 1, \dots, D \quad (i) \\ \sum_{k=1}^K z^{k,t} b_h^{k,t} &= (1 - \beta^{k'}) b_h^{k',t+1} \quad h = 1, \dots, H \quad (ii) \\ \sum_{k=1}^K z^{k,t} x_n^{k,t} &\leq x_n^{k',t+1} \quad n = 1, \dots, N \quad (iii) \\ z^{k,t} &\geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad (iv) \end{aligned} \quad (13)$$

En ambos programas, el supuesto de eliminación débil de conjunto de *outputs* –deseables y no deseables– se introduce a través de la igualdad estricta en las restricciones (12ii) y (13ii). Asimismo, se ha impuesto la restricción de que la tecnología presente rendimientos constantes a escala (ver Afriat, 1972 y Banker *et al.*, 1984).

Una vez obtenida la referencia tecnológica, es posible identificar qué observaciones están desplazando la frontera; para ello, en una misma observación deben concurrir tres condiciones Färe *et al.*, (1994). En primer lugar, el índice de cambio técnico entre t y $t+1$ debe ser superior a la unidad. Asimismo, debe cumplirse que:

$$\bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1}) < 0, \quad (14)$$

y, además, que:

$$\bar{D}_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1}) = 0 \quad (15)$$

La primera de estas condiciones implica que entre t y $t+1$ se ha registrado un desplazamiento de la frontera de posibilidades de producción en la dirección *Noroeste* –más bienes deseables y *menos outputs* no deseables–. En otras palabras, dado un vector de *inputs*, en $t+1$ es posible incrementar la producción de deseables y reducir los *outputs* no deseables en relación al período t . La segunda de las condiciones impuestas es que la observación en el período $t+1$ se sitúe fuera del conjunto de posibilidades de producción del momento t ; dicho de otro modo, el estado de la tecnología en t no permitiría obtener el vector de *outputs* –deseables y no deseables– del momento $t+1$ con el vector de *inputs* observado en $t+1$. La interpretación de la tercera y última condición es más evidente, pues significa que en el momento $t+1$ la observación se sitúa sobre su frontera tecnológica o envolvente superior del conjunto de posibilidades de producción.

4.- Fuentes estadísticas.

La actividad productiva de las regiones españolas se ha caracterizado considerando el *Producto Interior Bruto* como medida de su producción y los factores productivos *trabajo* y

² El cálculo de la distancia en t respecto a la tecnología de $t+1$ requeriría sustituir en (13) el término t por $t+1$ y viceversa.

capital. La variable utilizada para medir la siniestralidad laboral –como *output* no deseable– ha sido el número total de accidentes laborales graves y mortales. Asimismo, la información se ha elaborado para el período que discurre entre los años 1985 y 1998.

Las cifras de producción tienen su origen en la *Contabilidad Regional de España*, elaborada por el *Instituto Nacional de Estadística*. En particular, se ha utilizado la serie homogénea de *PIB* que, en base 1986, cubre el período 1980-1995. Esta serie ha sido *extendida* hasta el año 1998 utilizando las tasas regionales de crecimiento de la *Contabilidad Regional* con base en 1995³. Los datos de empleo proceden directamente de la *Encuesta de Población Activa* del *Instituto Nacional de Estadística* y se refieren al número total de ocupados en la región. La información elaborada por la *Fundación BBVA* y el *Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas* sobre el *stock* de capital en España y sus regiones ha permitido confeccionar la serie de capital. En particular, la dotación de capital se ha contabilizado como la suma del capital privado –excluyendo la partida de capital residencial y el alquiler de inmuebles– y del capital público –excluyendo, en este caso, las estructuras urbanas⁴. Finalmente, la fuente de la información sobre la siniestralidad laboral es la *Estadística de Accidentes de Trabajo* del *Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales*.

La *Tabla 1* ofrece información acerca de la evolución de la producción, los factores productivos y el número de accidentes laborales en el período 1985-98 y en los subperíodos 1985-92 y 1992-98.

5.- Resultados.

Los índices *corregidos* de productividad de las regiones españolas –entendiendo por tales aquéllos que toman en cuenta la contribución de los accidentes laborales como un efecto no deseado de la actividad económica– han sido calculados según la expresión (10), que permite obtener la medida del cambio en la productividad y descomponerla en el resultado del cambio tecnológico y de la variación en los niveles de eficiencia técnica. En el *Apéndice 1*, por su parte, se describe brevemente el procedimiento de cálculo de los índices *convencionales* de productividad, que ignoran cualquier resultado no deseado de la actividad productiva. Las funciones distancia necesarias para la obtención de ambos índices se han calculado por medio de técnicas de análisis *DEA*, de acuerdo a los programas (12), (13) y (A.8), en todos los casos respecto a una tecnología caracterizada por la existencia de rendimientos constantes a escala.

³ El cambio de base en el año 1995 de la *Contabilidad Regional de España* y la falta de una serie enlazada con una amplitud temporal suficiente nos ha obligado a tomar esta solución para contar con información de la producción para el conjunto del período analizado. Existen, asimismo, otras fuentes que proporcionan información de producción o valor añadido de las regiones españolas –entre ellas, las cifras sobre la renta nacional en España y su distribución provincial del BBVA. Sin embargo, los problemas que presentaban para construir una base adecuada al propósito de esta investigación eran incluso más importantes, por lo que se desestimó su utilización.

⁴ Al considerar en la producción el conjunto de la actividad productiva regional –privada y pública–, la variable capital se refiere al conjunto del capital productivo público y privado, con las exclusiones citadas.

En el proceso de cómputo de estas funciones han aparecido algunos problemas de cálculo en el caso de programas de *período mixto* –esto es, cuando la observación y la referencia tecnológica pertenecen a momentos distintos del tiempo. En particular, al incluir en el análisis los accidentes laborales sometidos al supuesto de eliminación débil, cerca de un 20 % de los programas de *período mixto* no tenía solución. Con el propósito de reducir la incidencia de este problema –que impide el cálculo del índice *ML*– se ha utilizado la propuesta sugerida por Färe *et al.* (2001), consistente en calcular la frontera tecnológica de un momento temporal con las observaciones de ese momento y los dos inmediatamente precedentes; así, la tecnología del momento *t* se construiría con las observaciones de *t*, *t-1* y *t-2*. Con esta aproximación metodológica, el número de programas *sin solución* se ha reducido a dos, que afectan, concretamente, al cálculo de los índices para las regiones de Baleares y Cantabria.

Los resultados obtenidos aparecen en la *Tabla 2*, para el conjunto de la etapa 1987-98⁵ y los subperíodos 1987-92 y 1992-98. En primer lugar, se observa que las tasas de crecimiento de la *PTF* calculadas de acuerdo con el *índice ML convencional* sin tener en cuenta los siniestros laborales –denominado, por simplicidad, *ML_C*– son relativamente reducidas, situándose como media en el 0,8 % anual para el conjunto del período. En la segunda etapa –años 1992 a 1998–, la tasa media de variación anual de la *PTF* cae hasta el 0,5 %, lo que viene a resaltar el escaso soporte que ha aportado la productividad al crecimiento económico español durante la última fase expansiva del ciclo, tema ya destacado por numerosos estudios. El cambio técnico resulta ser el componente más relevante del crecimiento de la productividad, si bien su importancia relativa es mucho mayor en el período 1987-92, puesto que en la etapa posterior la contribución al crecimiento de las mejoras tecnológicas y las ganancias de eficiencia es bastante similar.

El cálculo del *índice ML* de productividad considerando a los siniestros laborales como un resultado no deseado de la actividad económica –que se denomina *corregido* y viene representado, en este caso, por el término *ML_{SL}*– permite añadir diversas constataciones de interés. Es necesario, sin embargo, destacar previamente que el crecimiento relativo de los índices *convencional* y *corregido* de productividad depende, entre otros factores, de la relación entre el crecimiento de los *outputs* deseables y no deseables. Färe *et al.* (2001) prueban, para un vector fijo de *inputs*, que cuando el incremento porcentual de la producción deseable excede al valor absoluto de la reducción porcentual de la producción no deseable, el crecimiento *convencional* de la productividad es mayor que el obtenido mediante el cálculo del índice *corregido*.

En consonancia con la elevación del número de accidentes de trabajo en el conjunto del período analizado, el crecimiento medio de la *PTF* medido a través del índice *ML_{SL}* es del 0,3 % anual, claramente inferior al calculado mediante el índice *convencional*. La diferencia estaría reconociendo cuantitativamente que, junto a la producción deseable, está aumentando la producción no deseada de un *mal*, los accidentes laborales. La inflexión a

⁵ Nótese que, aunque se dispone de información estadística para el conjunto del período 1985-98, la solución adoptada para resolver los problemas de cálculo en algunos programas de período mixto implica que el primer índice que se puede obtener es el referido al cambio productivo de 1988 respecto a 1987. De ahí los períodos para los que se presenta la información.

la baja de la siniestralidad laboral en el segundo subperíodo –que discurre entre 1992 y 1998– se manifiesta en un acortamiento de la distancia entre ambas medidas del cambio productivo, que pasan a ser, respectivamente, del 0,5 y el 0,3 % anual.

En líneas generales –existen algunas excepciones–, en el conjunto del período objeto de estudio se observa una cierta coincidencia entre las regiones en que el crecimiento de la productividad medido con el índice ML_{SL} es superior al obtenido con el índice ML_C y aquéllas en que la evolución de los siniestros laborales ha sido más favorable. Sin embargo, esta relación es particularmente importante en el segundo de los períodos analizados, que es cuando se registra una reducción de la siniestralidad laboral en la mayoría de las regiones españolas. En esta etapa, las regiones en las que el índice *corregido* de productividad –recuérdese, el que valora la reducción de los accidentes laborales– crece significativamente por encima del índice que hemos denominado *convencional* son Canarias, Castilla–La Mancha, Comunidad Valenciana, Aragón y Extremadura⁶. Estas son precisamente las economías regionales en las que la reducción de la siniestralidad laboral ha superado significativamente al descenso medio español. Asimismo, en ellas se observa que el valor absoluto de la reducción porcentual en el número de accidentes laborales ha superado ampliamente al crecimiento porcentual de la producción de mercado (ver *Tabla 1*).

La relación entre el crecimiento *corregido* y *convencional* de la productividad no depende únicamente del crecimiento relativo de los *outputs* deseables y no deseables, sino también de la variación en el nivel de uso de *inputs* productivos, que ha sido diferente en cada región. No obstante, y con el objeto de proporcionar una medida numérica de la coincidencia entre la disminución de la siniestralidad laboral y la divergencia entre ambos índices de productividad, se ha calculado el coeficiente de correlación entre la reducción porcentual del número de siniestros y la diferencia observada entre los índices de productividad ML_{SL} y ML_C –también expresada en términos porcentuales. En la etapa 1992-98, el resultado de la correlación arroja un valor superior al 71 %, indicando que cuanto mayor es el porcentaje de reducción de los siniestros, más cercano se encuentra el índice *corregido* de productividad al *convencional*, o mayor es la diferencia cuando ésta es favorable al primero.

El cálculo de un índice *corregido* de productividad posibilita, adicionalmente, realizar una ordenación de las regiones en función de su avance productivo distinta a la que surgiría con el índice convencional. La comparación de ambas ordenaciones permite constatar que éstas no siempre coinciden. A título de ejemplo, en la etapa 1992-98 Canarias ocuparía la última posición del *ranking* según el crecimiento *convencional* de la productividad; sin embargo, pasaría a ocupar el cuarto lugar si la clasificación se efectúa en función del crecimiento *corregido*. La diferencia estaría recogiendo el hecho de que, para un cambio determinado en el nivel de uso de los recursos productivos, junto al incremento de la producción deseable, la economía canaria está *produciendo* una notable reducción de los accidentes laborales. Otras regiones que también mejorarían substancialmente su posición jerárquica son la Comunidad Valenciana, Castilla–La Mancha y Aragón.

La metodología aplicada en esta investigación permite determinar, asimismo, qué regiones están desplazando la frontera tecnológica en cada momento. Los resultados aparecen en la *Tabla 3*. Con carácter general, el grupo de regiones responsables del desplazamiento de la frontera es muy reducido. Cuando la tecnología se construye únicamente con las observaciones referidas a la producción de *bienes*, Madrid, Navarra y, aún con más frecuencia, La Rioja son las regiones responsables del desplazamiento de la frontera. A ellas se suman, ocasionalmente, el País Vasco y Baleares al incluir en el análisis a los accidentes laborales como *output* no deseable. Se observa, en consecuencia, que las regiones que comúnmente son consideradas como más desarrolladas –con excepción de Cataluña– son precisamente las que desplazan la frontera tecnológica que sirve de referencia al resto.

Finalmente, conviene destacar que la interpretación de los resultados obtenidos en esta investigación está sujeta, principalmente, a dos tipos de problemas. En primer lugar, los propios de la metodología utilizada y, en segundo, las dificultades relacionadas con la fuerte agregación impuesta por los datos originales. En este sentido, es razonable pensar que la composición de la producción regional condiciona la evolución relativa de los índices de productividad calculados, si, por ejemplo, se tiene en cuenta la alta siniestralidad laboral registrada en actividades como la construcción, que han jugado un papel mucho más relevante en la reciente expansión económica de unas regiones que en otras.

6.- Conclusiones.

La conveniencia de tener en cuenta los *efectos no deseados* del crecimiento económico ha guiado, recientemente, una serie de intentos de reformulación de las medidas tradicionales del cambio en la productividad. El denominador común a todos ellos es la toma en consideración de la producción de *outputs* no deseables y el *reconocimiento* del carácter *productivo* de los recursos destinados a su reducción.

En este trabajo se utiliza el denominado *índice de Malmquist-Luenberger* (Chung *et al.*, 1997) al objeto de estudiar la evolución de la productividad de las regiones españolas en el período 1985-98. La principal aportación radica en la comparación de los resultados obtenidos con dos indicadores distintos del cambio productivo. El primero de ellos responde a la idea *convencional* del cambio en la *PTF*, relacionada con las variaciones relativas de la producción *deseable*, o comercial, y los principales *inputs* productivos. El segundo indicador –denominado *corregido*– permite valorar la contribución al cambio productivo de la reducción de los accidentes de trabajo que acompañan a la actividad económica como una consecuencia *no deseada* de la misma.

Los resultados muestran que existen diferencias sustanciales en la evolución de la productividad calculada con ambos indicadores. En términos agregados, la medida *convencional* registra un cambio en la productividad superior al obtenido con el índice *corre-*

⁶ En Navarra y La Rioja también se da esta circunstancia, aunque la diferencia entre ambos índices es apenas significativa.

gido, aunque la diferencia prácticamente desaparece en el período 1992-98, cuando el número de accidentes laborales comienza a mostrar una tendencia a la baja. En esta etapa, las regiones que más han reducido la siniestralidad laboral, llegan a registrar un crecimiento *corregido* de la productividad superior al obtenido con el cálculo *convencional*. Asimismo, la posición jerárquica de muchas regiones en orden a sus tasas de crecimiento de la productividad medida convencionalmente, se ve significativamente alterada cuando no solamente se valora el *output* comercial, sino también la reducción del número de siniestros laborales.

7.- Referencias Bibliográficas.

- Afriat, S. (1972): "Efficiency Estimation of Production Functions", *International Economic Review*, 13 (3), pp. 568-598.
- Ball, E., Färe, R., Grosskopf, S., Nehring, R. (1998): "Productivity of the US Agricultural Sector: The Case of Undesirable Outputs". Artículo escrito para la *1998 Conference on Research in Income and Wealth*. Versión final en Hulten, Dean, Harper (eds.), *New Developments in Productivity Analysis*. The University of Chicago Press, 2001.
- Banker, R. D., Charnes, A. y Cooper, W. W. (1984): "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science*, 30 (9), pp. 1078-1092.
- Caves, D.W., Christensen, L.R., Diewert, W.E. (1982b): "The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output and Productivity", *Econometrica*, 50 (6), pp. 1393-1414.
- Caves, D.W., Christensen, L.R., Diewert, W.E. (1982a): "Multilateral Comparisons of Output, Input and Productivity Using Superlative Index Numbers", *Economic Journal* 92, pp. 73-86.
- Chapple, W. y Harris, R. (2003): Accounting for Solid Waste Generation in Measures of Regional Productivity Growth. Trabajo presentado a la *12th Annual Conference of the European Association of Environmental and Resource Economists*, junio 28-30, Bilbao.
- Chung, Y.H., Färe, R. y Grosskopf, S. (1997): "Productivity and Undesirable Outputs: A Directional Distance Function Approach", *Journal of Environmental Management*, 51, pp. 229-240.
- Cooper, W., Seiford, L. y Tone, K. (2000): *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA Solver-Software*, Kluwer Academic Publishers, London.
- Färe, R., Grosskopf, S. Lovell, C.A.K. y Pasurka, C. (1989): "Multilateral Productivity Comparisons when Some Outputs are Undesirable: A Nonparametric Approach", *Review of Economics and Statistics*, 71, 1 (2), pp. 90-98.
- Färe, R., Grosskopf, S. y Norris, M. (1997): "Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries: Reply", *The American Economic Review*, 87 (5), pp. 1040-1043.
- Färe, R., Grosskopf, S. y Pasurka, C. (2001): "Air Pollution and Manufacturing Productivity", *Journal of Regional Science*, 41 (3) pp. 381-409.

- Färe, R., Grosskopf, S. y Roos, P. (1998): "Malmquist Productivity Indexes: A Survey of Theory and Practice", en Färe, R., Grosskopf, S. y Russell, R. (eds.): *Index Numbers: Essays in Honour of Sten Malmquist*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lovell, C.A.K. y Pasurka, C. (1989): "Multilateral Productivity Comparisons when some *Outputs* are Undesirable: A Nonparametric Approach", *The Review of Economics and Statistics*, 71, pp. 90-98.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lovell, C.A.K. y Yaisawarng, S. (1993): "Derivation of Shadow Prices for Undesirable Outputs", *Review of Economics and Statistics*, 75, pp. 374-380.
- Färe, R., Grosskopf, S., Norris, M. y Zhang, Z. (1994): "Productivity Growth, Technical Progress and Efficiency Change in Industrialized Countries", *The American Economic Review*, 84 (1), pp. 66-83.
- Gollop, F.M. y Swinand, G.P. (1998): "From Total Factor to Total Resource Productivity: An Application to Agriculture", *American Journal of Agricultural Economics*, 80 (3), pp. 577-583.
- Grosskopf, S. (1986): "The Role of the Reference Technology in Measuring Production Efficiency", *The Economic Journal*, 96, pp. 499-513.
- Grosskopf, S. (1993): "Efficiency and Productivity", en H.O. Fried, C.A.K. Lovell y S.S. Schmidt (editores): *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*. Oxford University Press.
- Hailu, A. y Veeman, T.S. (2000): "Environmentally Sensitive Productivity Analysis of the Canadian Pulp and Paper Industry, 1959-1994: An Input Distance Function Approach", *Journal of Environmental Economics and Management*, 40, pp. 251-274.
- Hernández, F., Picazo, A., y Reig, E. (2000), "Efficiency and Environmental Regulation", *Environmental and Resource Economics*, 15 (4), pp.365-378.
- Kaldor, N. (1961) *The Theory of Capital*, Macmillan.
- Malmquist, S. (1953): "Index Numbers and Indifference Surfaces", *Trabajos de Estadística*, 4, pp. 209-242.
- Picazo, A.J., Reig, E. y Hernández, F. (2003): "Regulación Ambiental Productividad y Eficiencia Empresarial". *Papeles de Economía Española*, 95, pp. 335-351.
- Pittman, R.W. (1983): "Multilateral Productivity Comparisons with Undesirable Outputs", *Economic Journal*, 93, pp. 883-891.
- Ray, S.C. y Desli, E. (1997): "Productivity Growth, Technical Progress and Efficiency Change in Industrialized Countries: Comment", *The American Economic Review*, 87 (5), pp.1033-1039.
- Shephard, R.W. (1953): *Cost and Production Functions*, Princeton University Press.
- Shephard, R.W. (1970): *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press, Princeton.
- Tulkens, H. y Vanden Eeckaut, P. (1995): "Non-parametric Efficiency, Progress and Regress Measures for Panel data: Methodological Aspects", *European Journal of Operational Research*, 80 (3), pp. 474-499.

APÉNDICE 1.-

Este apéndice ilustra el cálculo de índices *ML* de productividad considerando únicamente la producción deseable. Como puede observarse, se sigue utilizando el término *índices Malmquist-Luemberger de productividad* aunque se ignoren los *outputs* no deseables. El motivo es que, a diferencia de los índices *Malmquist* tradicionales cuya formulación se basa en el cálculo de funciones distancia en *outputs* –o *inputs*, según el enfoque utilizado–, se continúa haciendo uso de funciones distancia direccionales para definir el índice.

Utilizando la misma nomenclatura y caracterización de la tecnología del epígrafe tercero⁷, cuando no existe producción no deseable o, simplemente, se ignora en el cálculo del cambio productivo, la *función distancia direccional en output* en t se formula como:

$$\bar{D}_0^t(x^t, y^t; g_y) = \text{Sup} [\beta : (y^t + \beta g_y) \in P^t(x^t)] \quad (\text{A.1})$$

siendo ahora $g = g_y$ el *vector dirección*.

La *distancia* de una observación en $t+1$ respecto a la tecnología existente en t es:

$$\bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}; g_y) = \text{Sup} [\beta : (y^{t+1} + \beta g_y) \in P^t(x^{t+1})] \quad (\text{A.2})$$

Suponiendo que el vector dirección es $g = g_y = y^{\beta}$, los *índices ML de productividad* basados en las tecnologías del período t y $t+1$ son, respectivamente:

$$ML^t(x^t, y^t; x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{[1 + \bar{D}_0^t(x^t, y^t; y^t)]}{[1 + \bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}; y^{t+1})]}, \quad (\text{A.3})$$

$$ML^{t+1}(x^t, y^t; x^{t+1}, y^{t+1}) = \frac{[1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^t, y^t; y^t)]}{[1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}; y^{t+1})]} \quad (\text{A.4})$$

La media geométrica de (A.3) y (A.4), en consecuencia, es:

$$ML^{t,t+1}(\cdot) = \left[\frac{[1 + \bar{D}_0^t(x^t, y^t; y^t)]}{[1 + \bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}; y^{t+1})]} \frac{[1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^t, y^t; y^t)]}{[1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}; y^{t+1})]} \right]^{1/2}, \quad (\text{A.5})$$

La expresión (A.5) puede ser transformada en:

⁷ Nótese que al excluir de la caracterización de la tecnología a la producción de *outputs* no deseables, resulta innecesario mantener el supuesto de eliminación débil sobre el conjunto de los *outputs*. Ahora, únicamente los *outputs* deseables quedarían bajo el supuesto de eliminación fuerte.

⁸ Con este vector dirección y sin la consideración de los *outputs* no deseables, la formulación de la función distancia direccional en *output* coincide con la función distancia en *output* tradicional.

$$ML^{t,t+1}(\cdot) = \left[\frac{[1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^t, y^t; y^t)] [1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}; y^{t+1})]}{[1 + \bar{D}_0^t(x^t, y^t; y^t)] [1 + \bar{D}_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}; y^{t+1})]} \right]^{1/2}, \quad (A.6)$$

$$\cdot \left[\frac{[1 + \bar{D}_0^t(x^t, y^t; y^t)]}{[1 + \bar{D}_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}; y^{t+1})]} \right]$$

o bien

$$ML^{t,t+1}(\cdot) = MLCTEC^{t,t+1}(\cdot) \cdot MLCEF^{t,t+1}(\cdot) \quad (A.7)$$

En la expresión (A.7), el término $MLCTEC^{t,t+1}$ representa el desplazamiento de la frontera tecnológica o *cambio técnico*, mientras que el *cambio en la eficiencia técnica* es recogido por $MLCEF^{t,t+1}$. Nuevamente, un aumento (disminución) de la productividad es recogido por un valor de (A.7) superior (inferior) a uno.

El cálculo de la distancia de una observación k' en t respecto a la frontera tecnológica de ese mismo momento temporal requeriría, en este caso, la resolución del siguiente programa de optimización matemática⁹:

$$\bar{D}_0^t(x^{k',t}, y^{k',t}; y^{k'}) = \text{Max}_{\beta \geq 0} \beta^{k'} \quad (A.8)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K z^{k,t} y_d^{k,t} \geq (1 + \beta^{k'}) y_d^{k',t} \quad d = 1, \dots, D \quad (i)$$

$$\sum_{k=1}^K z^{k,t} x_n^{k,t} \leq x_n^{k',t} \quad n = 1, \dots, N \quad (iii)$$

$$z^{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad (iv)$$

Igualmente podría calcularse la distancia de una observación en un momento del tiempo respecto a la tecnología de otro período distinto.

⁹ Al igual que en el caso de la inclusión de los no deseables en el análisis, es posible definir y calcular la distancia de una observación en un momento del tiempo respecto a la tecnología de cualquier otro punto temporal. En este caso, el valor de la función distancia ya no estaría restringido a ser mayor o igual a cero.

FIGURAS Y TABLAS.-

TABLA 1
Producción, factores productivos y accidentes laborales. 1985-98.
Tasas medias anuales de variación en el período (porcentajes).

	1985-98				1985-92				1992-98			
	Producción	Trabajo	Capital	Accidentes laborales	Producción	Trabajo	Capital	Accidentes laborales	Producción	Trabajo	Capital	Accidentes laborales
Andalucía	3,3	2,3	4,5	2,7	4,0	2,9	5,7	2,6	2,5	1,6	3,1	2,8
Aragón	2,9	1,5	3,1	0,4	3,6	2,2	3,5	2,8	2,0	0,6	2,6	-2,4
Asturias	2,2	-0,5	2,3	-1,0	2,8	0,2	3,0	-0,4	1,4	-1,3	1,6	-1,8
Baleares	3,8	2,7	4,1	5,6	4,5	1,9	4,9	12,5	3,0	3,6	3,1	-2,5
Canarias	3,9	3,2	4,9	-1,8	4,5	2,4	5,9	0,2	3,2	4,1	3,8	-4,1
Cantabria	2,5	0,8	2,6	1,6	2,8	0,7	3,0	3,6	2,1	0,9	2,2	-0,8
Castilla y León	2,2	0,6	2,7	-1,5	2,4	1,2	2,8	-1,1	1,9	-0,2	2,6	-2,1
Castilla la Mancha	3,2	1,3	3,8	-0,8	4,4	1,7	4,9	1,5	1,8	0,8	2,4	-3,6
Cataluña	3,4	2,5	4,0	1,3	4,4	3,4	4,9	2,2	2,3	1,5	2,9	0,2
Comunidad Valenciana	3,0	2,3	4,6	-3,1	3,4	2,4	5,2	-1,5	2,7	2,2	3,9	-5,0
Extremadura	3,0	0,9	3,1	1,4	3,7	2,1	3,9	6,4	2,3	-0,4	2,1	-4,5
Galicia	2,1	-0,8	3,9	3,1	2,1	-1,1	4,3	6,2	2,0	-0,5	3,4	-0,6
Madrid	3,6	2,3	5,1	7,0	4,2	3,3	6,2	13,5	2,8	1,2	3,8	-0,7
Murcia	3,2	2,7	5,1	1,9	3,3	2,5	5,4	6,0	3,1	2,9	4,8	-2,9
Navarra	3,0	2,3	4,7	3,9	3,3	2,3	5,3	7,1	2,6	2,3	4,0	0,2
País Vasco	2,2	1,6	2,5	-0,5	2,1	2,0	3,0	1,5	2,3	1,1	2,0	-2,9
La Rioja	3,2	1,7	2,9	6,9	4,0	1,7	3,4	4,6	2,3	1,6	2,3	9,5
<i>Media</i> ⁽¹⁾	3,0	1,6	3,8	1,6	3,5	1,9	4,4	4,0	2,4	1,3	3,0	-1,2

(1) Obtenida como la media simple de los valores regionales.

TABLA 2.-
Evolución de la Productividad Total de los Factores en las regiones españolas.
Tasas medias anuales en el período ⁽¹⁾.

Período 1987-98	Índice de productividad convencional ML _C			Índice de productividad corregido ML _{SL}		
	Cambio técnico	Cambio en eficiencia	Productividad	Cambio Técnico	Cambio en eficiencia	Productividad
Andalucía	1,004	1,000	1,004	1,007	0,997	1,004
Aragón	1,008	1,003	1,011	0,999	1,012	1,011
Asturias	1,011	1,010	1,021	1,005	1,020	1,025
Baleares ⁽²⁾	1,011	0,995	1,006	1,000	0,998	0,998
Canarias	1,007	0,991	0,999	1,001	1,000	1,001
Cantabria ⁽²⁾	1,012	1,001	1,013	0,994	0,980	0,974
Castilla y León	1,009	1,001	1,011	0,996	1,011	1,007
Castilla la Mancha	1,012	1,002	1,014	1,002	1,022	1,023
Cataluña	1,006	1,000	1,006	0,998	1,007	1,005
Comunidad Valenciana	1,004	0,998	1,002	0,993	0,995	0,988
Extremadura	1,007	1,007	1,014	0,994	1,014	1,008
Galicia	0,991	1,007	0,999	0,977	1,005	0,982
Madrid	1,001	1,000	1,001	1,005	1,000	1,005
Murcia	0,999	0,998	0,997	0,978	0,993	0,971
Navarra	1,012	0,987	0,999	1,009	0,993	1,002
País Vasco	1,015	0,992	1,006	0,982	1,001	0,983
La Rioja	1,013	1,011	1,025	1,025	1,000	1,025
Media ^{(1) (3)}	1,007	1,001	1,008	0,998	1,005	1,003

Período 1987-92	Índice de productividad convencional ML _C			Índice de productividad corregido ML _{SL}		
	Cambio técnico	Cambio en eficiencia	Productividad	Cambio Técnico	Cambio en eficiencia	Productividad
Andalucía	1,004	1,001	1,006	1,020	0,987	1,007
Aragón	1,017	1,001	1,018	1,015	0,998	1,013
Asturias	1,021	0,999	1,020	1,026	1,008	1,034
Baleares	1,017	0,998	1,015	1,009	1,000	1,009
Canarias	1,011	0,995	1,006	1,021	0,964	0,984
Cantabria	1,023	0,996	1,020	0,988	1,000	0,988
Castilla y León	1,014	0,993	1,007	1,007	0,996	1,004
Castilla la Mancha	1,016	1,005	1,022	1,017	1,010	1,028
Cataluña	1,009	1,001	1,010	1,014	1,004	1,018
Comunidad Valenciana	1,005	1,002	1,007	0,998	0,969	0,967
Extremadura	1,014	0,998	1,012	0,998	0,998	0,996
Galicia	0,987	1,006	0,993	0,962	1,004	0,966
Madrid	0,999	0,996	0,995	1,010	1,000	1,010
Murcia	0,999	1,000	0,999	0,988	0,981	0,969
Navarra	1,020	0,978	0,997	1,025	0,978	1,003
País Vasco	1,026	0,975	1,000	0,990	1,002	0,992
La Rioja	1,022	1,025	1,048	1,047	1,000	1,047
Media ^{(1) (3)}	1,011	0,998	1,009	1,009	0,993	1,002

TABLA 2.- (Continuación)

Período 1992-98	Índice de productividad convencional ML_C			Índice de productividad corregido ML_{SL}		
	Cambio técnico	Cambio en eficiencia	Productividad	Cambio Técnico	Cambio en eficiencia	Productividad
Andalucía	1,004	1,000	1,003	0,995	1,006	1,001
Aragón	1,001	1,004	1,005	0,986	1,023	1,009
Asturias	1,002	1,019	1,021	0,987	1,030	1,017
Baleares	1,006	0,993	0,999	0,994	0,996	0,991
Canarias	1,004	0,989	0,993	0,986	1,030	1,015
Cantabria	1,003	1,004	1,007	0,986	0,997	0,983
Castilla y León	1,006	1,009	1,014	0,986	1,023	1,009
Castilla la Mancha	1,008	1,000	1,008	0,988	1,031	1,020
Cataluña	1,003	0,999	1,002	0,984	1,009	0,994
Comunidad Valenciana	1,003	0,995	0,998	0,988	1,018	1,006
Extremadura	1,001	1,014	1,016	0,990	1,028	1,018
Galicia	0,995	1,008	1,003	0,991	1,005	0,996
Madrid	1,002	1,003	1,005	1,001	1,000	1,001
Murcia	0,999	0,997	0,996	0,971	1,003	0,973
Navarra	1,005	0,995	1,000	0,996	1,005	1,001
País Vasco	1,006	1,005	1,011	0,976	1,000	0,976
La Rioja	1,006	1,000	1,006	1,007	1,000	1,007
Media ^{(1) (3)}	1,003	1,002	1,005	0,989	1,014	1,003

(1) El índice de productividad ML es multiplicativo, por lo que las medias son geométricas.

(2) Las medias de Baleares y Cantabria no incluyen los años para los que no se ha obtenido solución.

(3) Las medias de los índices no incluyen a Baleares y Cantabria, para que los resultados bajo ambos supuestos acerca de la consideración de los accidentes laborales sean comparables.

TABLA 3
Regiones que desplazan la frontera tecnológica.

	Índice de productividad convencional ML_C	Índice de productividad corregido ML_{SL}
1987/88	Madrid	Madrid
1988/89	Navarra	Navarra y País Vasco
1989/90	La Rioja	La Rioja
1990/91	La Rioja	Baleares, Madrid y La Rioja
1991/92	La Rioja	Madrid y La Rioja
1992/93	La Rioja	Baleares y La Rioja
1993/94	-	La Rioja
1994/95	-	La Rioja
1995/96	-	-
1996/97	Madrid	-
1997/98	Madrid y La Rioja	Madrid y La Rioja

